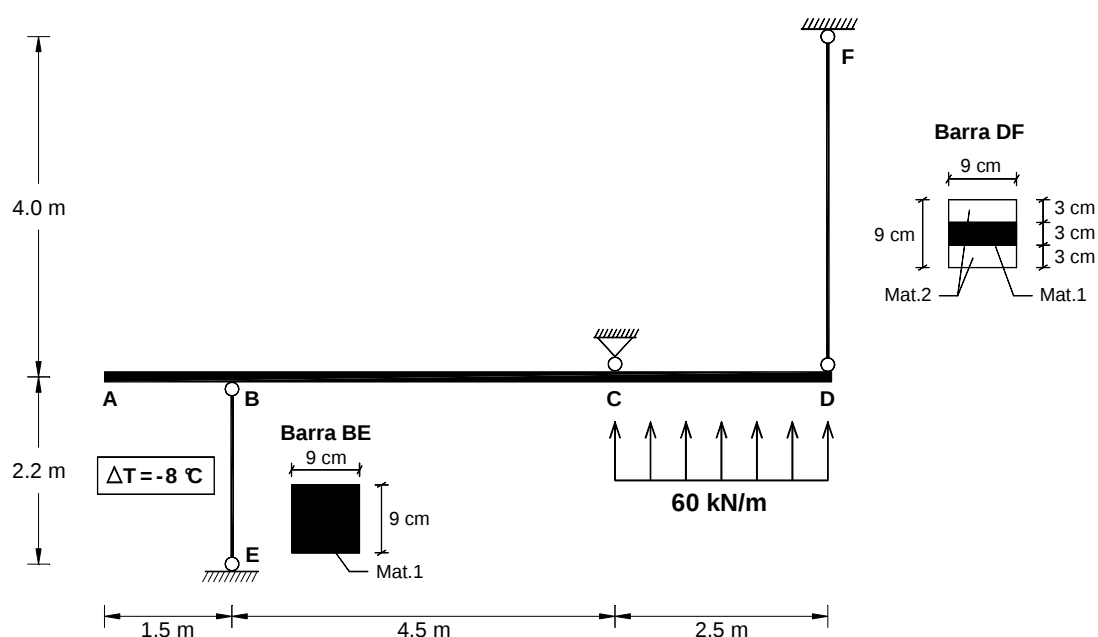


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS



AValiação INTERCALAR – NOVEMBRO 2010

RESOLUÇÃO

ISABEL ALVIM TELES

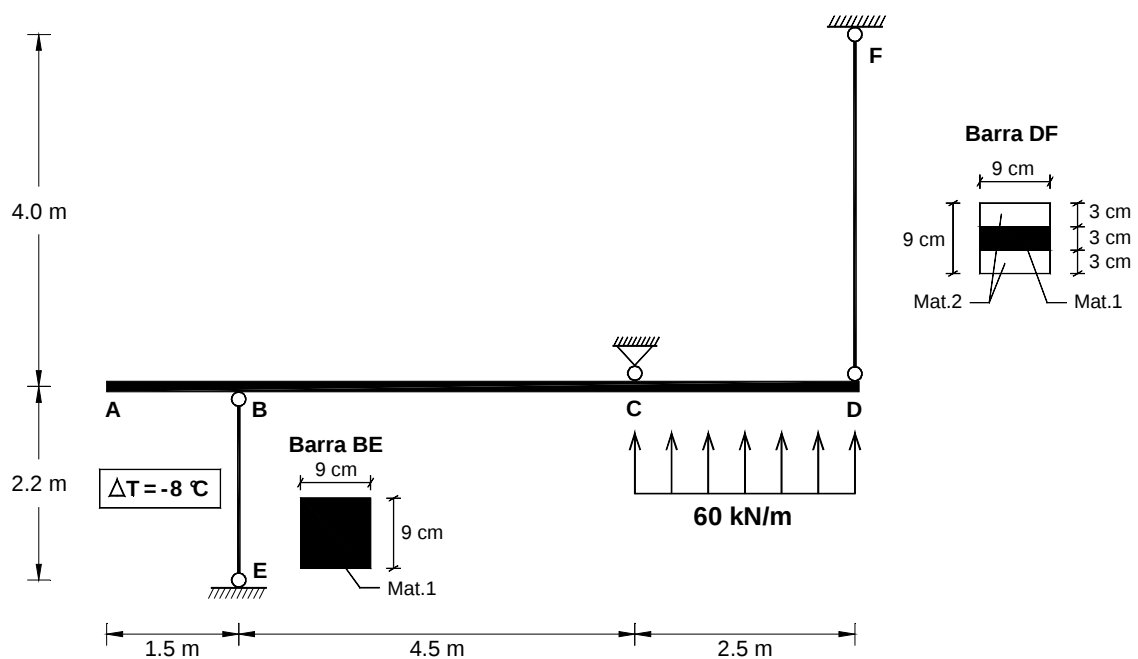
AValiação Intercalar

(NOVEMBRO / 2010)

Considere a estrutura representada na figura.

A viga **ABCD** é um elemento rígido. As barras bi-articuladas **BE** e **DF** apresentam as secções transversais indicadas na figura.

Para além do carregamento no tramo **CD**, a estrutura encontra-se ainda submetida a uma variação de temperatura de -8°C da barra **BE** (ver figura).



CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS		
MATERIAL 1	$E = 160 \text{ GPa}$	$\alpha = 1,2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
MATERIAL 2	$E = 80 \text{ GPa}$	$\alpha = 1,1 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

- 1- Calcule as reacções nos apoios da estrutura e as tensões instaladas em cada um dos materiais da barra **DF**.
- 2- Determine o deslocamento da secção **A**.
- 3- Caracterize a carga momento que deverá actuar na secção **C** para que o deslocamento da secção **A** seja anulado.

Cotação: 1- 10 val.; 2- 4 val.; 3- 6 val. Total = 20 valores

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

AValiação Intercalar – Novembro/2010

ISABEL ALVIM TELES

RESOLUÇÃO

1.

• **REAÇÕES NOS APOIOS**

$$\begin{aligned}\Sigma M_C = 0 \Rightarrow & 4,5 R_E + 2,5 R_F + 60 \times 2,5 \times 1,25 = 0 \\ & 4,5 R_E + 2,5 R_F = -187,5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Equação de compatibilidade} \Rightarrow & \frac{\delta_B}{4,5} = \frac{\delta_D}{2,5} \\ \Rightarrow & 2,5 \delta_B = 4,5 \delta_D \quad \begin{cases} \delta_B = \Delta L_{BE} \\ \delta_D = \Delta L_{DF} \end{cases}\end{aligned}$$

$$\text{Barra BE} \begin{cases} \text{Área} = 9 \times 9 \times 10^{-4} = 81 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ E = 160 \times 10^6 \text{ kPa} \end{cases}$$

$$\text{Barra DF} \begin{cases} \text{Área homog. Mat.1} = A_1 + A_2 \frac{E_2}{E_1} = 9 \times 3 \times 10^{-4} + 9 \times 6 \times \frac{80}{160} \times 10^{-4} = 54 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ E_{\text{Mat.1}} = 160 \times 10^6 \text{ kPa} \end{cases}$$

$$\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} + \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

$$\Delta L_{BE} = \frac{R_E \times 2,2}{160 \times 10^6 \times 81 \times 10^{-4}} - 8 \times 1,2 \times 10^{-5} \times 2,2 = \frac{2,2 R_E}{12,96 \times 10^5} - 21,12 \times 10^{-5}$$

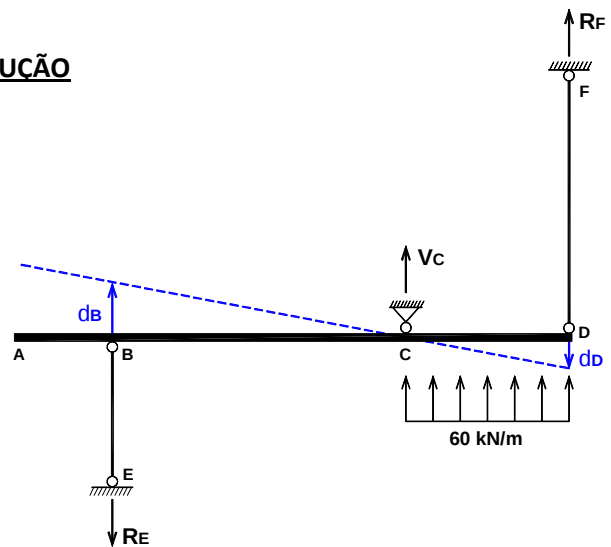
$$\Delta L_{DF} = \frac{R_F \times 4}{160 \times 10^6 \times 54 \times 10^{-4}} = \frac{4 R_F}{8,64 \times 10^5}$$

$$\text{Equação de compatibilidade} \Rightarrow 2,5 \delta_B = 4,5 \delta_D \Rightarrow 2,5 \Delta L_{BE} = 4,5 \Delta L_{DF}$$

$$\frac{2,5 \times 2,2 R_E}{12,96 \times 10^5} - 21,12 \times 10^{-5} = \frac{4,5 \times 4 R_F}{8,64 \times 10^5}$$

$$\text{Sistema de equações:} \begin{cases} \frac{5,5 R_E}{12,96} - \frac{18 R_F}{8,64} = 52,8 \\ 4,5 R_E + 2,5 R_F = -187,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_E = -24,78 \text{ kN } (\uparrow) \\ R_F = -30,39 \text{ kN } (\downarrow) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\text{Determinação de } V_C: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow & -R_E + V_C + R_F + 150 = 0 \\ & 24,78 + V_C - 30,39 + 150 = 0 \\ & V_C = -144,39 \text{ kN } (\downarrow)\end{aligned}$$



RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

AValiação Intercalar – Novembro/2010

ISABEL ALVIM TELES

• TENSÕES INSTALADAS NOS MATERIAIS DA BARRA DF

Tensão no Mat.1

$$\sigma_1 = \frac{N_{DF}}{A_1 + A_2 \frac{E_2}{E_1}} = \frac{-30,39}{54 \times 10^{-4}} = -5627,8 \text{ kPa} = -5,63 \text{ MPa (compressão)}$$

Tensão no Mat.2

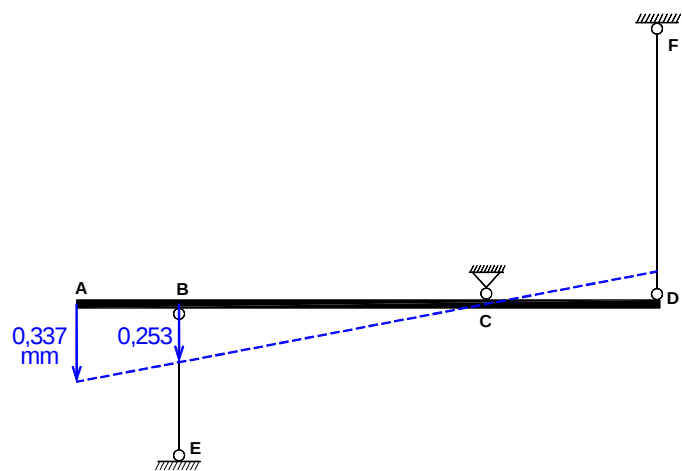
$$\sigma_2 = \frac{N_{DF}}{A_2 + A_1 \frac{E_1}{E_2}} = \frac{-30,39}{9 \times 6 \times 10^{-4} + 9 \times 3 \times \frac{160}{80} \times 10^{-4}} = -2813,9 \text{ kPa} = -2,81 \text{ MPa (compressão)}$$

2. DESLOCAMENTO DA SECÇÃO A

Deslocamento de B

$$\begin{aligned} \Delta L_{BE} &= \frac{2,2 R_E}{12,96 \times 10^5} - 21,12 \times 10^{-5} = \\ &= \frac{-2,2 \times 24,78}{12,96 \times 10^5} - 21,12 \times 10^{-5} = \\ &= -0,253 \times 10^{-3} \text{ m} = -0,253 \text{ mm} (\downarrow) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta_B}{4,5} = \frac{\delta_A}{6} &\Rightarrow \delta_A = \frac{6}{4,5} \delta_B = \\ &= \frac{6}{4,5} 0,253 = 0,337 \text{ mm} (\downarrow) \end{aligned}$$



3. MOMENTO EM C

O momento em C deverá fazer o ponto A deslocar-se 0,337 mm (↑)

$$\delta_D = \frac{4 \times R_F}{160 \times 10^6 \times 54 \times 10^{-4}} = \frac{4 \times 30,39}{160 \times 10^6 \times 54 \times 10^{-4}} = 0,141 \text{ mm}$$

$$R_E = N_{BE} = E A \frac{\Delta L}{L} = 160 \times 10^6 \times 81 \times 10^{-4} \times \frac{0,253 \times 10^{-3}}{2,20} = 149,04 \text{ kN}$$

$$R_F = N_{DF} = E A \frac{\Delta L}{L} = 160 \times 10^6 \times 54 \times 10^{-4} \times \frac{0,141 \times 10^{-3}}{4} = 30,456 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow M = 149,04 \times 4,5 + 30,456 \times 2,5 = 746,82 \text{ kNm}$$

