

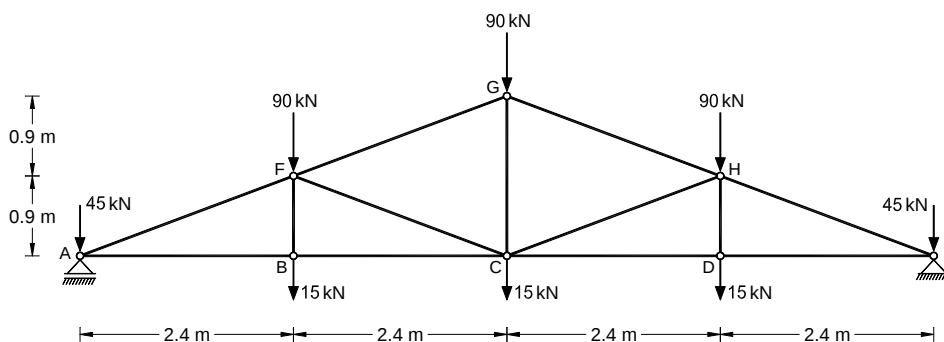
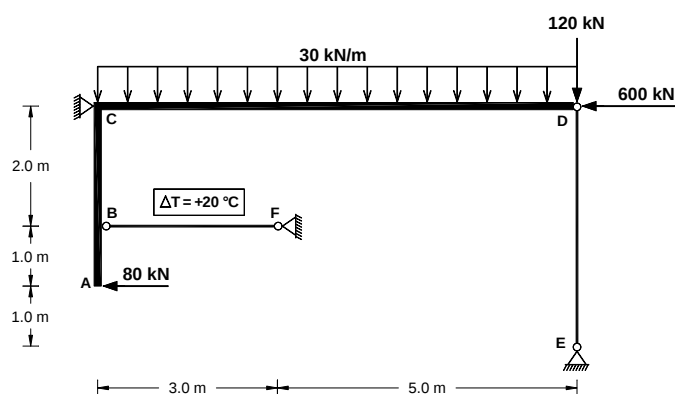
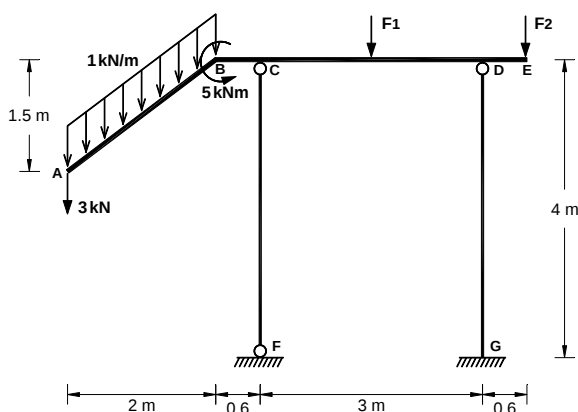
LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

(2014/2015)

ENCURVADURA - EC3

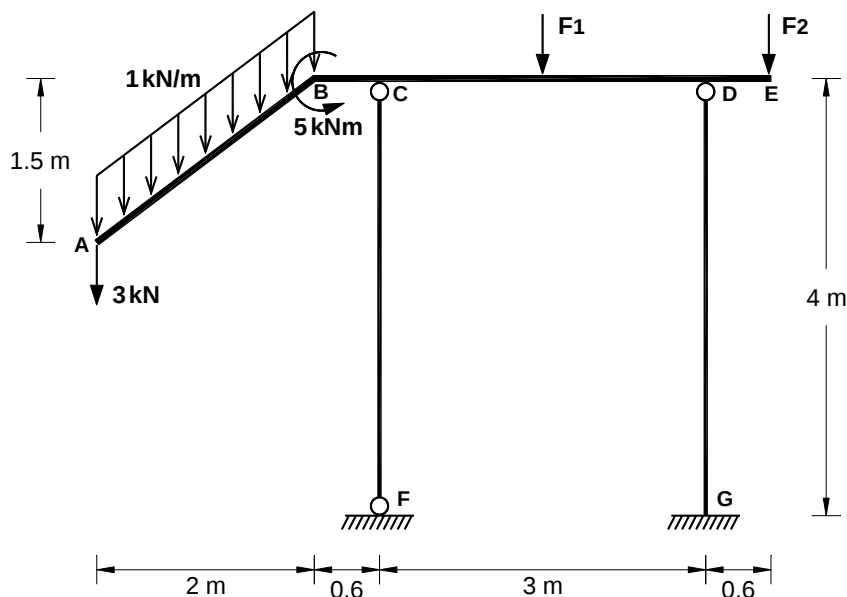
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS



ISABEL ALVIM TELES

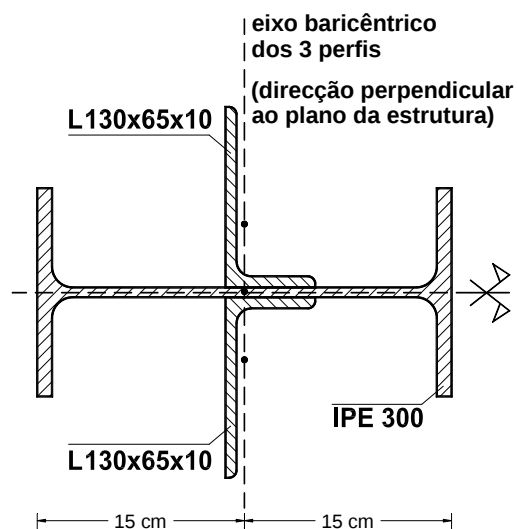
ENUNCIADO

Exame – 10/Set/2012



Considere o pilar **GD** com a secção transversal representada na figura e realizado em aço **S 275** (módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$).

- Determine qual a direcção que conduz à maior esbelteza do pilar.
- Determine qual o máximo esforço axial N_k (valor não majorado) que poderá ser instalado na barra, compatível com a verificação da segurança à encurvadura pelo EC3.



Secção transversal

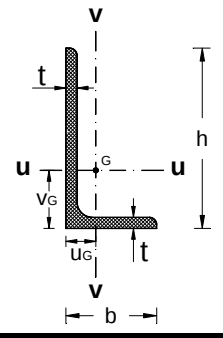
Notas:

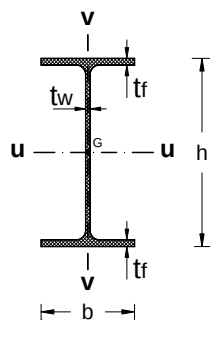
- Admita que todo o elemento **ABCDE** está travado na direcção perpendicular ao plano da estrutura, impossibilitando-lhe qualquer movimento de translação nessa direcção.
- Admita que a secção transversal não é da classe 4.
- Considere um factor de segurança de 1,5.

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

ENCURVADURA – Exercício 1

ISABEL ALVIM TELES

	Área	Dimensões			Posição do centro de gravidade		Momentos de inércia		
Perfil	A cm ²	h mm	b mm	t mm	u _G cm	v _G cm	I _u cm ⁴	I _v cm ⁴	
L130x65x10	18,63	130	65	10	1,45	4,65	320,5	54,2	

	Área	Dimensões				Momentos de inércia		
Perfil	A cm ²	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	I _u cm ⁴	I _v cm ⁴	
IPE 300	53,81	300	150	7,1	10,7	8356	603,8	

RESOLUÇÃO

Alínea a

Os centros de gravidade das 3 peças que constituem a secção transversal estão sob o eixo b, logo o centro de gravidade da secção transversal também tem que estar sob o eixo b.

O eixo a é eixo de simetria, logo o centro de gravidade da secção transversal também tem que estar sob o eixo a.

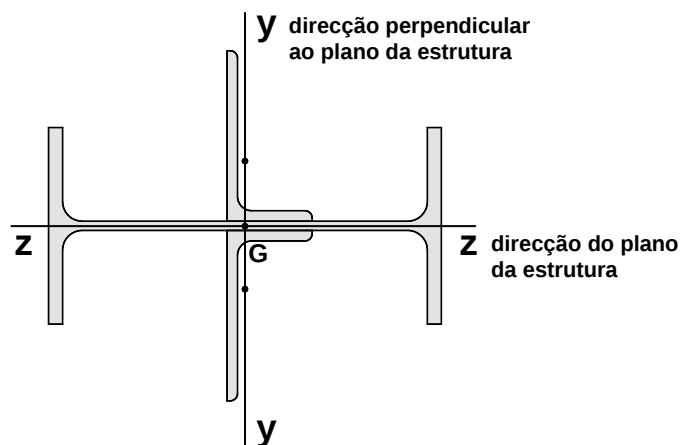
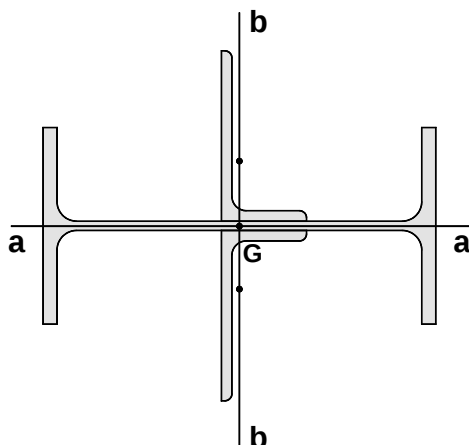
Conclui-se então que o centro de gravidade **G** da secção transversal está posicionado na intersecção do eixo a com o eixo b.

O eixo a e o eixo b são **eixos principais centrais de inércia**, pois o eixo b é de simetria

$$I_a = 603,8 + 2 \times \left[320,5 + 18,63 \times \left(4,65 + \frac{0,71}{2} \right)^2 \right] = 2178,164 \text{ cm}^4$$

$$I_b = 8356 + 2 \times 54,2 = 8464,4 \text{ cm}^4$$

$$I_b > I_a \Rightarrow \begin{cases} \text{eixo b} \Rightarrow \text{eixo y (maior inércia)} \\ \text{eixo a} \Rightarrow \text{eixo z (menor inércia)} \end{cases} \quad (\text{Eurocódigo 3})$$



$$\text{Área} = 53,81 + 2 \times 18,63 = 91,07 \text{ cm}^2$$

- Direcção do plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Y
(eixo de maior inércia – EC3)

$$L_{cr} = 2 L = 8 \text{ m} = 800 \text{ cm}$$

$$I = 8464,4 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{8464,4}{91,07}} = 9,641 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{800}{9,641} = 82,98$$



$$L_{cr} = 2 L$$

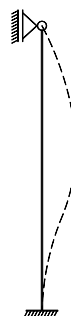
- Direcção perpendicular ao plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z
(eixo de menor inércia – EC3)

$$L_{cr} = 0,7 L = 0,7 \times 4 = 2,8 \text{ m} = 280 \text{ cm}$$

$$I = 2178,164 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{2178,164}{91,07}} = 4,891 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{280}{4,891} = 57,25$$



$$L_{cr} = 0,7 L$$

CONCLUSÃO: A maior esbelteza é obtida quando se faz o estudo na direcção da estrutura, ou seja, quando se faz o estudo da encurvadura em relação ao eixo y (eixo de maior inércia segundo o EC3 - ver figura acima).

Alínea b

A encurvadura em relação ao eixo y vai ser condicionante porque a esbelteza em relação ao eixo y é superior à esbelteza em relação ao eixo z.

- **Direcção do plano da estrutura** $\Rightarrow$ **encurvadura em relação ao eixo Y** (eixo de maior inércia – EC3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 82,98 \\ \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{21000}{275}} = 86,815 \end{array} \right. \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{82,98}{86,815} = 0,956$$

Curva de encurvadura

A curva de encurvadura a adoptar no dimensionamento de um dado elemento metálico, depende da geometria das secções transversais, do processo de fabrico e do plano de encurvadura condicionante.

No presente exercício temos uma associação de um perfil laminado **I** e cantoneiras de abas desiguais. Vamos admitir que os perfis estão solidarizados através de ligações soldadas.

Às cantoneiras corresponde uma curva de encurvadura **b**.

Ao perfil **I** corresponde uma curva **a** para a encurvadura em relação ao eixo y-y e uma curva **b** para a encurvadura em relação ao eixo z-z.

Para perfis **I** ou **H** soldados as curvas a adoptar serão **b** (eixo de flexão y-y) ou **c** (eixo de flexão z-z).

Estaremos pelo lado da segurança se adoptarmos a curva **c** no estudo da encurvadura em relação a qualquer dos eixos.

Curva c $\Rightarrow \alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,49 (0,956 - 0,2) + 0,956^2 \right] = 1,142$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,142 + \sqrt{1,142^2 - 0,956^2}} = 0,566$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,566 \times 91,07 \times 10^{-4} \times 275000}{1} = 1417,5 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \Rightarrow N_{Ed} \leq 1417,5 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 1,5 N_K \Rightarrow N_K \leq \frac{1417,5}{1,5} \Rightarrow N_K \leq 945 \text{ kN}$$

O máximo esforço axial que poderá ser instalado na barra, compatível com a verificação da segurança à encurvadura pelo EC3 será **N_K = 945 kN** (valor não majorado).

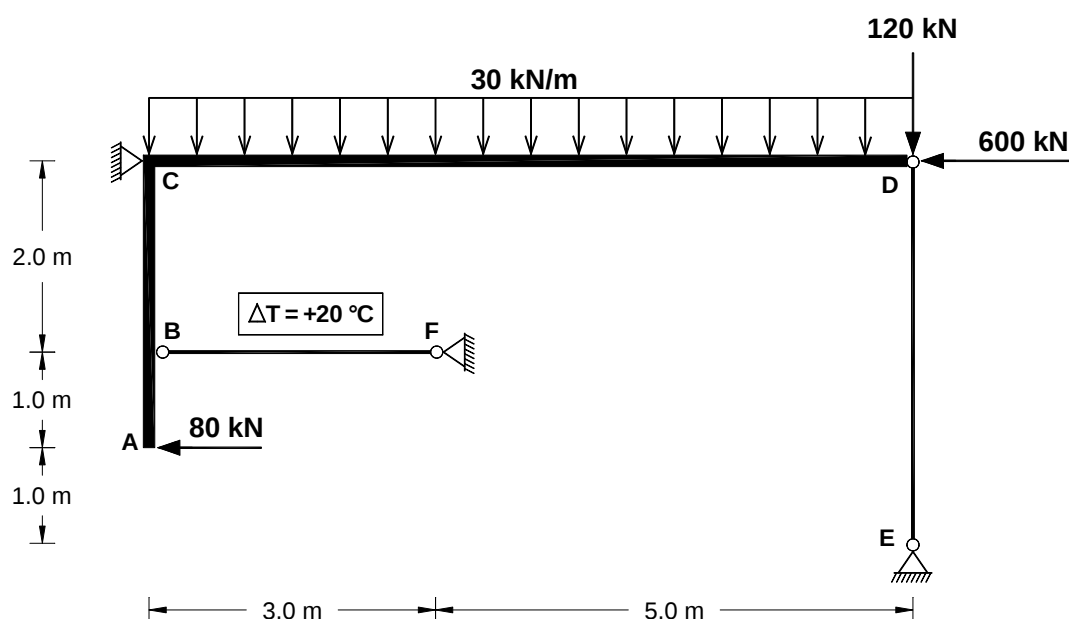
ENUNCIADO

Exame - 14/Fev/2011

Considere a estrutura representada na figura.

O elemento **ABCD** apresenta uma rigidez à flexão muito elevada.

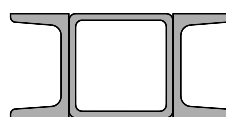
A secção transversal do pilar **DE** está representada na tabela anexa e é constituída pela seguinte associação de perfis metálicos: um perfil tubular quadrado com 80 mm de lado e 5 mm de espessura e dois perfis **UNP80** dispostos como está esquematizado na tabela abaixo.



CARACTERÍSTICAS DO PILAR DE

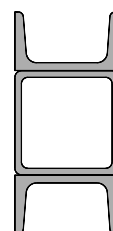
Perfil tubular 80x80 (esp. 5mm) + 2 UNP80

Material: aço S275



opção a

ou



opção b

Admitindo que na direcção normal ao plano da estrutura o comprimento crítico de encurvadura da barra **DE** é 70% do comprimento real da barra ($L_{cr} = 0,70 L$) e que a secção transversal não é de Classe 4, posicione a secção da forma mais conveniente (**opção a** ou **opção b** da tabela), justificando a sua resposta.

Calcule o máximo esforço axial (valor **não** majorado) que poderá actuar na barra **DE**, compatível com a verificação da segurança pelo Eurocódigo 3.

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

ENCURVADURA – Exercício 2

ISABEL ALVIM TELES

Perfil tubular B x B mm	Espessura e mm	Massa M Kg/m	Área A cm ²	Momento de inércia $I_x = I_y$ cm ⁴	Raio de giração $i_x = i_y$ cm	
80 x 80	3,2	7,6	9,7	95	3,13	
	3,6	8,5	10,9	105	3,11	
	4,0	9,4	12,0	114	3,09	
	5,0	11,6	14,7	137	3,05	
	6,3	14,2	18,1	162	2,99	
	8,0	17,5	22,4	189	2,91	

		Dimensões		Características referidas ao eixo x-x		Características referidas ao eixo y-y		Posição do centro de gravidade x_1 cm	
Perfil	Massa	Área	h	b	Mom. de inércia I_x cm ⁴	Raio de giração i_x cm	Mom. de inércia I_y cm ⁴	Raio de giração i_y cm	
UNP	M Kg/m	A cm ²	h mm	b mm	I_x cm ⁴	i_x cm	I_y cm ⁴	i_y cm	
80	8,64	11,0	80	45	106	3,10	19,4	1,33	1,45

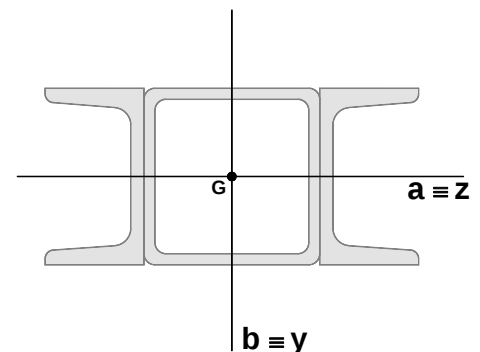
RESOLUÇÃO

$$I_a = 137 + 2 \times 106 = 349 \text{ cm}^4$$

$$I_b = 137 + 2 \times \left[19,4 + 11,0 \times (4 + 1,45)^2 \right] = 829,255 \text{ cm}^4$$

$$I_b > I_a \Rightarrow \begin{cases} \text{eixo b} \Rightarrow \text{eixo y (maior inércia)} \\ \text{eixo a} \Rightarrow \text{eixo z (menor inércia)} \end{cases} \quad (\text{EC3})$$

$$\text{Área} = 14,7 + 2 \times 11,0 = 36,70 \text{ cm}^2$$

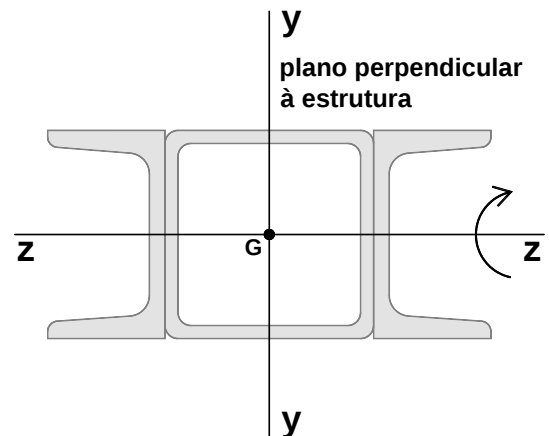
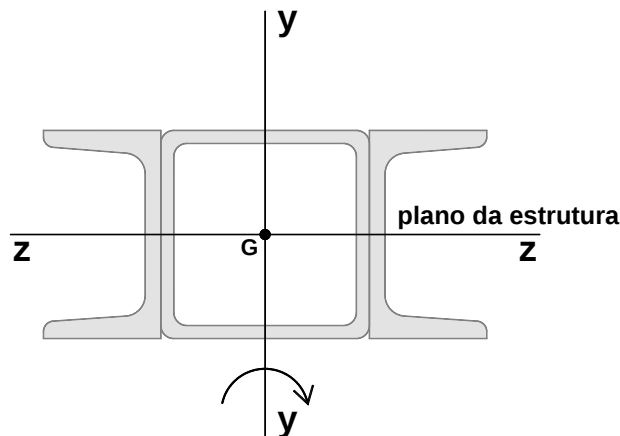


- **Encurvadura no plano da estrutura** $\Rightarrow L_{cr} = L = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$

- **Encurvadura no plano perpendicular à estrutura** $\Rightarrow L_{cr} = 0,7 L = 0,7 \times 4 = 2,8 \text{ m} = 280 \text{ cm}$

Como se pretende minimizar a esbelteza, a maior inércia deverá ser associada ao maior comprimento de encurvadura, pelo que, no presente exercício, a maior inércia deverá ser associada ao estudo da encurvadura no plano da estrutura.

$\begin{cases} \text{encurvadura no plano da estrutura} \Rightarrow \text{encurvadura em relação ao eixo Y} \\ \text{encurvadura no plano perpendicular à estrutura} \Rightarrow \text{encurvadura em relação ao eixo Z} \end{cases}$



CONCLUSÃO: O posicionamento da estrutura corresponderá à opção a (ver figura acima).

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Y

$$L_{cr} = 400 \text{ cm}$$

$$I = 829,255 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{829,255}{36,70}} = 4,753 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{400}{4,753} = 84,16$$

- Encurvadura no plano perpendicular à estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$L_{cr} = 280 \text{ cm}$$

$$I = 349 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{349}{36,70}} = 3,084 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{280}{3,084} = 90,79$$

A encurvadura em relação ao eixo Z vai ser condicionante porque a esbelteza em relação ao eixo Z é superior à esbelteza em relação ao eixo Y.

- Encurvadura no plano perpendicular à estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 90,79 \\ \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{21000}{275}} = 86,815 \end{array} \right.$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{90,79}{86,815} = 1,046$$

Curva de encurvadura

A curva de encurvadura a adoptar no dimensionamento de um dado elemento metálico, depende da geometria das secções transversais, do processo de fabrico e do plano de encurvadura condicionante.

No presente exercício temos uma associação de um perfil tubular e dois perfis **UNP**.

Ao perfil tubular corresponde uma curva de encurvadura **a**.

Aos perfis **UNP** corresponde uma curva de encurvadura **c**.

Para a associação de perfis vamos considerar a situação mais gravosa, ou seja, vamos considerar uma curva de encurvadura **c**.

$$\text{Curva } \underline{c} \Rightarrow \alpha = 0,49$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,49(1,046 - 0,2) + 1,046^2 \right] = 1,254$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,254 + \sqrt{1,254^2 - 1,046^2}} = 0,514$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,514 \times 36,70 \times 10^{-4} \times 275000}{1} = 518,75 \text{ kN}$$

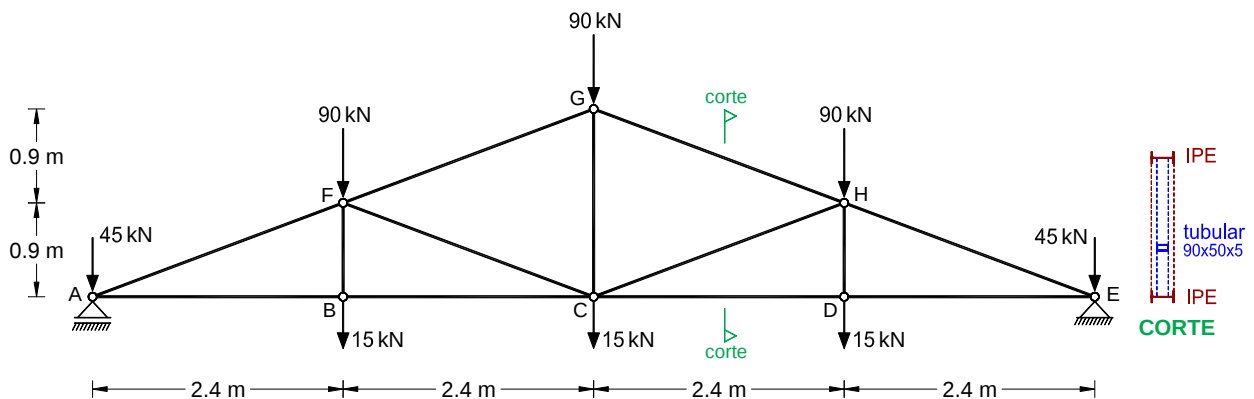
$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \Rightarrow N_{Ed} \leq 518,75 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 1,5 N_K \Rightarrow N_K \leq \frac{518,75}{1,5} \Rightarrow N_K \leq 345,8 \text{ kN}$$

O máximo esforço axial que poderá ser instalado na barra, compatível com a verificação da segurança à encurvadura pelo EC3 será **N_K = 345,8 kN** (valor não majorado).

ENUNCIADO

Considere a asna de uma cobertura representada na figura, realizada com perfis de aço **S235**. Para além dos apoios, os nós **C** e **G** estão contraventados no plano perpendicular ao da asna.



- Pretende-se realizar a corda inferior e a corda superior da asna com o mesmo perfil **IPE**, conforme representado no corte. Dimensione esse perfil **IPE** recorrendo ao EC3.
- Os montantes e as diagonais da asna serão realizados com perfil **tubular rectangular 90x50x5**, cujas extremidades serão soldadas aos perfis **IPE** superior e inferior (ver corte). Verifique o dimensionamento de todos os elementos de alma segundo o EC3.

NOTAS:

As forças representadas na figura correspondem às acções de cálculo.

Considere que as secções transversais dos elementos metálicos utilizados não são da Classe 4.

As cordas oferecem restrição adequada às extremidades de todos os elementos de alma.

RESOLUÇÃO

A estrutura da asna é isostática pelo que, os esforços a actuar nas barras poderão ser facilmente calculados através do Método de Equilíbrio dos Nós ou através do Método de Ritter (Método das secções).

Seguidamente listam-se os esforços de compressão e tracção a actuar em todas as barras da estrutura.

CORDA INFERIOR		
Barras	L (comprimento real)	N _{Ed} (esforço de cálculo)
AB, BC, CD, DE	2,40 m	420 kN (tracção)

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

ENCURVADURA – Exercício 3

ISABEL ALVIM TELES

CORDA SUPERIOR		
Barras	L (comprimento real)	N _{Ed} (esforço de cálculo)
AF, HE	2,563 m	448,56 kN (compressão)
FG, GH	2,563 m	229,04 kN (compressão)

MONTANTES		
Barras	L (comprimento real)	N _{Ed} (esforço de cálculo)
BF, DH	0,90 m	15 kN (tracção)
CG	1,80 m	120 kN (tracção)

DIAGONAIS		
Barras	L (comprimento real)	N _{Ed} (esforço de cálculo)
CF, CH	2,563 m	149,52 kN (compressão)

Alínea b)

DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS À TRACÇÃO

$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd} \quad \text{em que:} \quad N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad \Rightarrow \quad A \geq \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M0}}{f_y}$$

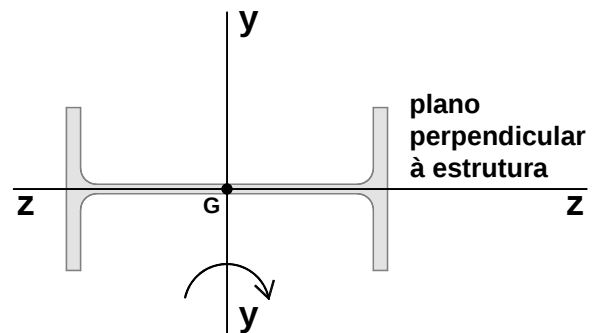
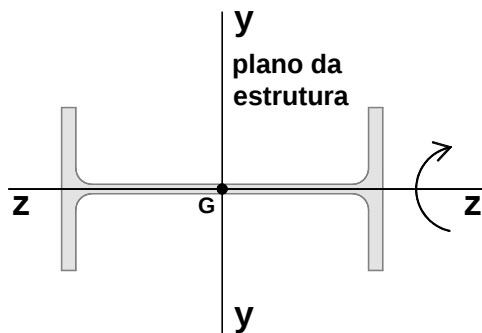
Corda inferior: N_{Ed} = 420 kN (tracção)

$$A \geq \frac{420 \times 1}{235} \quad \Rightarrow \quad A \geq 17,87 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 17,87 \text{ cm}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{IPE} \geq \text{IPE 160}$$

DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS À COMPRESSÃO

Corda superior: N_{Ed,máx} = 448,56 kN (compressão)

$$\mathbf{1^a \text{ HIPÓTESE:}} \quad \chi = 0,8 \quad \Rightarrow \quad A \geq \frac{N_{Ed}}{0,8 f_y} = \frac{448,56}{0,8 \times 235 \times 10^3} = 23,86 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 23,86 \text{ cm}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{IPE 180}$$



$$\text{IPE 180} \Rightarrow \begin{cases} A = 23,95 \text{ cm}^2 \\ i_y = 7,42 \text{ cm} \\ i_z = 2,05 \text{ cm} \end{cases}$$

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$L_{cr} = 0,9 L = 0,9 \times 2,563 \text{ m} = 2,307 \text{ m} = 230,7 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{230,7}{2,05} = 112,54$$

- Encurvadura para fora do plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Y

L – distância entre nós contraventados no plano perpendicular à estrutura

$$L_{cr} = L = 5,126 \text{ m} = 512,6 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{512,6}{7,42} = 69,08$$

A encurvadura em relação ao eixo Z vai ser condicionante porque a esbelteza em relação ao eixo Z é superior à esbelteza em relação ao eixo Y.

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$\begin{cases} \lambda = 112,54 \\ \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,913 \end{cases}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{112,54}{93,913} = 1,198$$

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

ENCURVADURA – Exercício 3

ISABEL ALVIM TELES

$$\text{Curva de encurvadura} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} = \frac{180}{91} = 1,98 > 1,2 \\ t_f = 8 \text{ mm} \leq 40 \text{ mm} \\ \text{encurvadura em relação ao eixo Z-Z} \end{array} \right. \Rightarrow \text{curva b} \Rightarrow \alpha = 0,34$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34 (1,198 - 0,2) + 1,198^2 \right] = 1,387$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,387 + \sqrt{1,387^2 - 1,198^2}} = 0,479$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,479 \times 23,95 \times 10^{-4} \times 235000}{1} = 269,6 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 448,56 \text{ kN} \gg N_{b,Rd} = 269,6 \text{ kN} \Rightarrow \text{Não verifica}$$

$$2^{\text{a}} \text{ HIPÓTESE: IPE 220} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = 33,37 \text{ cm}^2 \\ i_y = 9,11 \text{ cm} \\ i_z = 2,48 \text{ cm} \end{array} \right.$$

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$L_{cr} = 0,9 L = 230,7 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{230,7}{2,48} = 93,02$$

- Encurvadura para fora do plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Y

$$L_{cr} = L = 512,6 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{512,6}{9,11} = 56,27$$

A encurvadura em relação ao eixo Z vai ser condicionante porque a esbelteza em relação ao eixo Z é superior à esbelteza em relação ao eixo Y.

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 93,02 \\ \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,913 \end{array} \right. \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{93,02}{93,913} = 0,990$$

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

ENCURVADURA – Exercício 3

ISABEL ALVIM TELES

$$\text{Curva de encurvadura} \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{b} = \frac{220}{110} = 2 > 1,2 \\ t_f = 9,2 \text{ mm} \leq 40 \text{ mm} \\ \text{encurvadura em relação ao eixo Z-Z} \end{array} \right. \Rightarrow \text{curva b} \Rightarrow \alpha = 0,34$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34 (0,990 - 0,2) + 0,990^2 \right] = 1,124$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,124 + \sqrt{1,124^2 - 0,990^2}} = 0,604$$

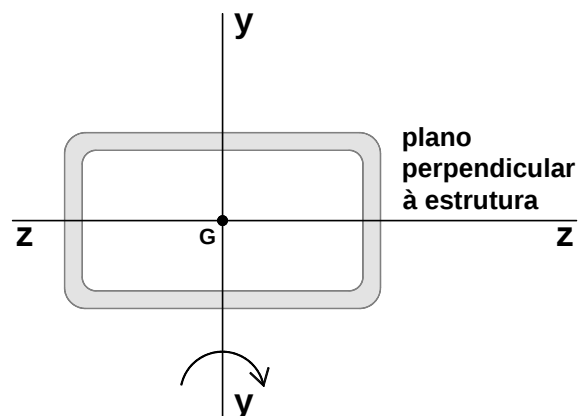
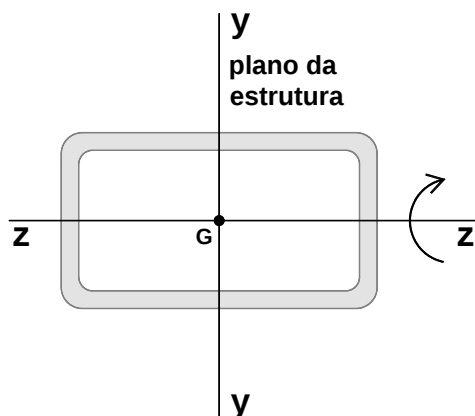
$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,604 \times 33,37 \times 10^{-4} \times 235000}{1} = 473,6 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 448,56 \text{ kN} < N_{b,Rd} = 473,6 \text{ kN} \Rightarrow \text{Verifica}$$

Conclusão: O perfil a adoptar para a realização da corda superior (barras **AF**, **FG**, **GH** e **HE**) e da corda inferior (barras **AB**, **BC**, **CD** e **DE**) será o **IPE220**.

Alínea b)

$$\text{Elementos de alma: Perfil tubular 90x50x5} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = 12,7 \text{ cm}^2 \\ i_y = 3,16 \text{ cm} \\ i_z = 1,97 \text{ cm} \end{array} \right.$$



VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA DE ELEMENTOS À TRACÇÃO

$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd} \quad \text{em que:} \quad N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

Máximo esforço de tracção (barra CG): $N_{Ed} = 220 \text{ kN}$ (tracção)

$$N_{t,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{12,7 \times 10^{-4} \times 235 \times 10^3}{1} = 298,45 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 120 \text{ kN} \leq N_{t,Rd} = 298,45 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \text{Verifica}$$

VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA DE ELEMENTOS À COMPRESSÃO

Máximo esforço de compressão (diagonais CF e CH): $N_{Ed} = 149,52 \text{ kN}$ (compressão)

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$L_{cr} = 0,9 L = 0,9 \times 2,563 \text{ m} = 2,307 \text{ m} = 230,7 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{230,7}{1,97} = 117,11$$

- Encurvadura para fora do plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Y

$$L_{cr} = L = 2,563 \text{ m} = 256,3 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{256,3}{3,16} = 81,11$$

A encurvadura em relação ao eixo Z vai ser condicionante porque a esbelteza em relação ao eixo Z é superior à esbelteza em relação ao eixo Y.

- Encurvadura no plano da estrutura $\Rightarrow$ encurvadura em relação ao eixo Z

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 117,11 \\ \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93,913 \end{array} \right. \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{117,11}{93,913} = 1,247$$

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)**ENCURVADURA – Exercício 3****ISABEL ALVIM TELES**

Curva de encurvadura: Perfil tubular acabado a quente $\Rightarrow$ curva a $\Rightarrow \alpha = 0,21$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,21 (1,247 - 0,2) + 1,247^2 \right] = 1,387$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,387 + \sqrt{1,387^2 - 1,247^2}} = 0,5014$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,5014 \times 12,7 \times 10^{-4} \times 235000}{1} = 149,6 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 149,52 \text{ kN} \leq N_{b,Rd} = 149,6 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \text{Verifica}$$

Conclusão: Todos os elementos de alma verificam a segurança segundo o **EC3**.