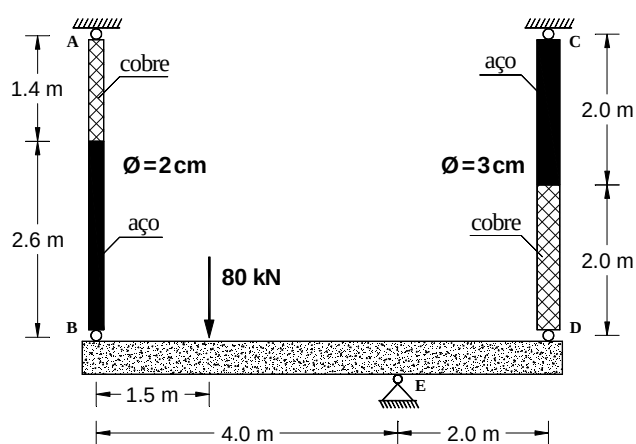


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS



ESTRUTURA HIPERESTÁTICA - ESFORÇO AXIAL

RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIO

ISABEL ALVIM TELES

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

ESTRUTURA HIPERESTÁTICA - ESFORÇO AXIAL

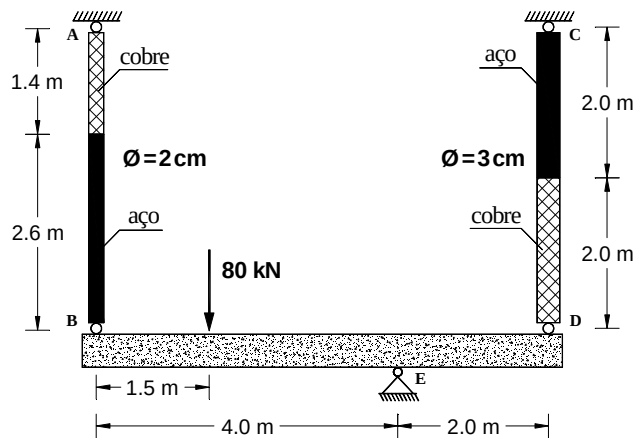
ISABEL ALVIM TELES

ENUNCIADO

Uma viga rígida está apoiada no ponto E e ligada ao tecto por duas barras de secção circular, constituídas por dois troços de diferentes materiais: aço ($E_{\text{aço}} = 200 \text{ GPa}$) e cobre ($E_{\text{cobre}} = 100 \text{ GPa}$).

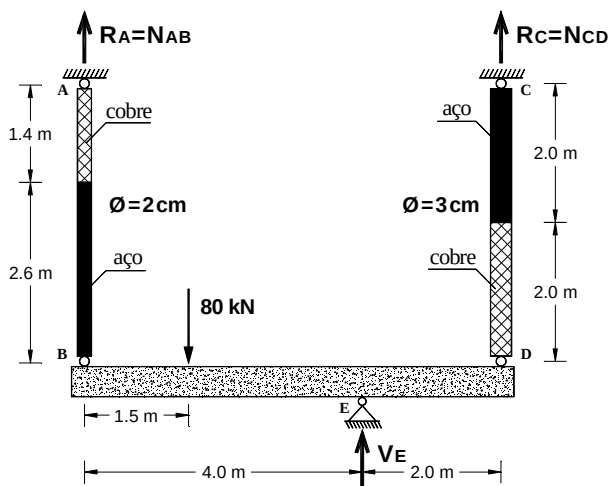
A barra AB tem 2 cm de diâmetro e a barra CD tem 3 cm de diâmetro.

- Determine as reacções nos apoios;
- Determine a posição da viga após o carregamento;
- Determine a tensão resistente de cada um dos materiais constituintes das barras para que a estrutura cumpra a verificação de segurança (considere um coeficiente de segurança de 1,5).



RESOLUÇÃO

a) Reacções nos apoios



Equações de equilíbrio

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow 2N_{CD} + 80 \times 2,5 - 4 \times N_{AB} = 0$$

$$2N_{AB} - N_{CD} = 100$$

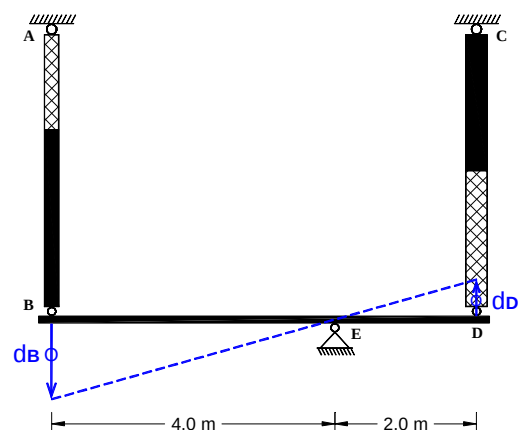
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow N_{AB} + N_{CD} + V_E = 80$$

Equação de compatibilidade

$$\frac{\delta_B}{4} = \frac{\delta_D}{2} \Rightarrow \delta_B = 2\delta_D$$

$$\delta_B = \Delta L_{AB} \quad \text{e} \quad \delta_D = -\Delta L_{CD}$$

$$\Delta L_{AB} = -2\Delta L_{CD}$$



RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

ESTRUTURA HIPERESTÁTICA - ESFORÇO AXIAL

ISABEL ALVIM TELES

$$\Delta L_{AB} = \frac{N_{AB} \times 1,40}{100 \times 10^6 \times \pi \times 0,01^2} + \frac{N_{AB} \times 2,60}{200 \times 10^6 \times \pi \times 0,01^2}$$

$$\Delta L_{CD} = \frac{N_{CD} \times 2,00}{200 \times 10^6 \times \pi \times 0,015^2} + \frac{N_{CD} \times 2,00}{100 \times 10^6 \times \pi \times 0,015^2}$$

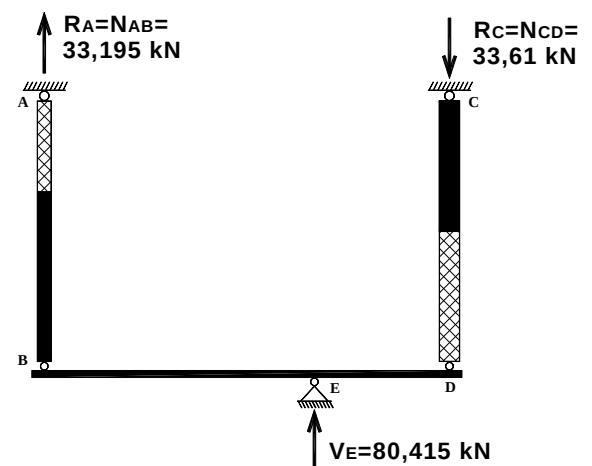
$$\Delta L_{AB} = -2 \Delta L_{CD}$$

$$\frac{N_{AB} \times 1,40}{100 \times 10^6 \times \pi \times 0,01^2} + \frac{N_{AB} \times 2,60}{200 \times 10^6 \times \pi \times 0,01^2} = -2 \left(\frac{N_{CD} \times 2,00}{200 \times 10^6 \times \pi \times 0,015^2} + \frac{N_{CD} \times 2,00}{100 \times 10^6 \times \pi \times 0,015^2} \right)$$

$$27000 N_{AB} = -\frac{6}{0,015^2} N_{CD}$$

Sistema de equações

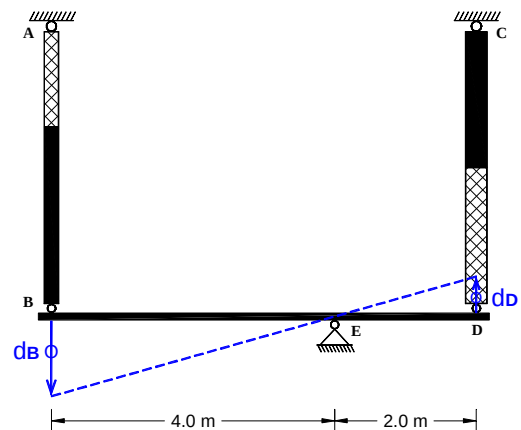
$$\begin{cases} 2N_{AB} - N_{CD} = 100 \\ N_{AB} + N_{CD} + V_E = 80 \\ 27000 N_{AB} = -\frac{6}{0,015^2} N_{CD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{AB} = 33,195 \text{ kN} \\ N_{CD} = -33,61 \text{ kN} \\ V_E = 80,415 \text{ kN} \end{cases}$$



b) Posição da viga

$$\delta_B = \Delta L_{AB} = \frac{33,195 \times 1,40}{100 \times 10^6 \times \pi \times 0,01^2} + \frac{33,195 \times 2,60}{200 \times 10^6 \times \pi \times 0,01^2} = 2,853 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,85 \text{ mm} \downarrow$$

$$\delta_D = \frac{\delta_B}{2} = 1,426 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,43 \text{ mm} \uparrow$$



c) Tensões resistentes

$$\text{Barra AB} \Rightarrow \sigma_{aço} = \sigma_{cobre} = \frac{33,195}{\pi \times 0,01^2} = 105663 \text{ kPa} = 105,7 \text{ MPa (tração)} - \text{valores não majorados}$$

$$\text{Barra CD} \Rightarrow \sigma_{aço} = \sigma_{cobre} = \frac{-33,61}{\pi \times 0,015^2} = -47548 \text{ kPa} = -47,6 \text{ MPa (comp.)} - \text{valores não majorados}$$

$$\text{AÇO} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{Rd, \text{tração}} \geq 105,7 \times 1,5 = 158,6 \text{ MPa} \\ \sigma_{Rd, \text{compressão}} \geq 47,6 \times 1,5 = 71,4 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{COBRE} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{Rd, \text{tração}} \geq 105,7 \times 1,5 = 158,6 \text{ MPa} \\ \sigma_{Rd, \text{compressão}} \geq 47,6 \times 1,5 = 71,4 \text{ MPa} \end{cases}$$