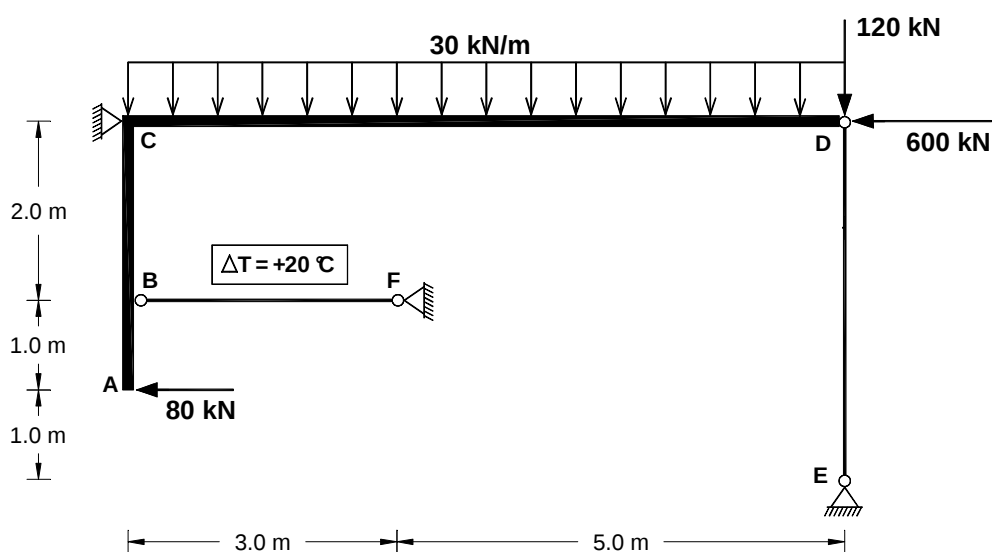


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS



EXAME 14 / FEVEREIRO / 2011

ESTRUTURA HIPERESTÁTICA

RESOLUÇÃO

ISABEL ALVIM TELES

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXAME 14/FEV/2011 - ESTRUTURA HIPERESTÁTICA

ISABEL ALVIM TELES

ENUNCIADO

Considere a estrutura representada na figura.

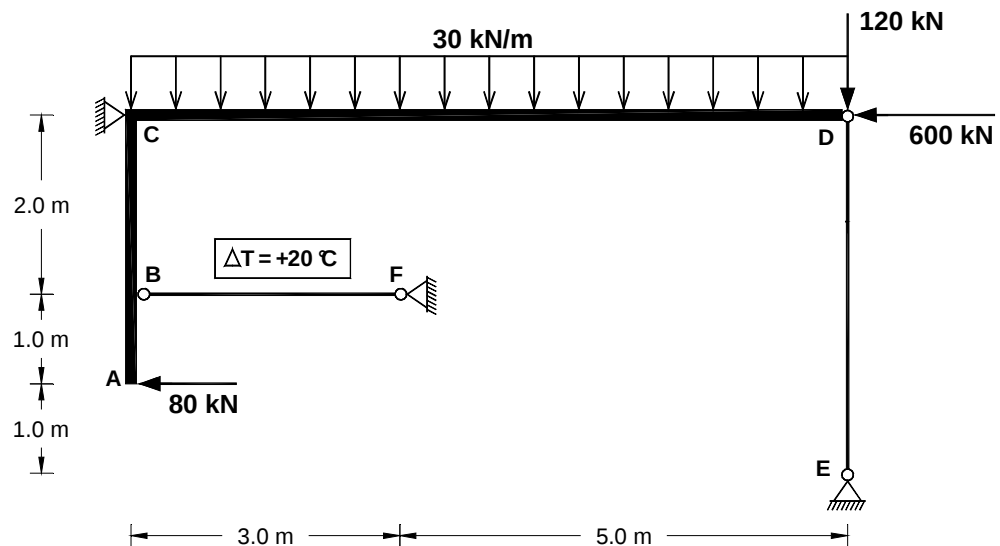
As secções transversais das barras **DE** e **BF** estão representadas na tabela anexa.

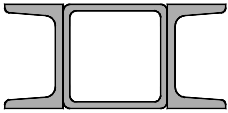
A barra **DE** é constituída pela seguinte associação de perfis metálicos: um perfil tubular quadrado com 80 mm de lado e 5 mm de espessura e dois perfis **UNP80** dispostos como está esquematizado na tabela.

A barra **BF** é constituída por um varão com 50 mm de diâmetro e está sujeita a uma variação uniforme de temperatura de 20 °C.

Considere que o elemento **ABCD** apresenta uma rigidez à flexão muito elevada.

Calcule as tensões que actuam nas barras **BF** e **DE**.



CARACTERÍSTICAS DAS BARRAS		
Barra BF	Barra DE	
Varão Ø 50mm	Perfil tubular 80x80 (esp. 5mm) + 2 UNP80  $\text{Área de um perfil tubular 80x80 (esp. 5mm)} = 14,7 \text{ cm}^2$ $\text{Área de um perfil UNP80} = 11,0 \text{ cm}^2$	
Material S275 :	$E = 206 \text{ GPa}$	$\alpha = 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXAME 14/FEV/2011 - ESTRUTURA HIPERESTÁTICA

ISABEL ALVIM TELES

RESOLUÇÃO

$$\sum M_C = 0$$

$$8 R_E - 2 R_F + 80 \times 3 + 30 \times 8 \times 4 + 120 \times 8 = 0$$

$$8 R_E - 2 R_F = -2160$$

$$R_F = 1080 + 4 R_E$$

Equação de compatibilidade

$$\frac{\delta_B}{2} = \frac{\delta_D}{8} \Rightarrow 4 \delta_B = \delta_D$$

$$\begin{cases} \delta_B = \Delta L_{BF} \\ \delta_D = -\Delta L_{DE} \end{cases}$$

$$\text{Barra BF} \begin{cases} \text{Área} = \pi \times 2,5^2 \text{ cm}^2 \\ E = 206 \times 10^6 \text{ kPa} \\ \alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{cases}$$

$$\text{Barra DE} \begin{cases} \text{Área} = 36,7 \text{ cm}^2 \\ E = 206 \times 10^6 \text{ kPa} \end{cases}$$

$$\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} + \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

$$\Delta L_{BF} = \frac{R_F \times 3}{206 \times 10^6 \times \pi \times 2,5^2 \times 10^{-4}} + 10^{-5} \times 3 \times 20 = \frac{3 R_F}{128750 \pi} + 60 \times 10^{-5}$$

$$\Delta L_{DE} = \frac{R_E \times 4}{206 \times 10^6 \times 36,7 \times 10^{-4}} = \frac{4 R_E}{756020}$$

$$\text{Equação de compatibilidade} \Rightarrow 4 \delta_B = \delta_D \Rightarrow 4 \Delta L_{BF} = -\Delta L_{DE}$$

$$\frac{12 R_F}{128750 \pi} + 240 \times 10^{-5} = -\frac{4 R_E}{756020}$$

$$\text{Sistema de equações: } \begin{cases} \frac{4 R_E}{7,5602} + \frac{12 R_F}{1,2875 \pi} = -240 \\ 8 R_E - 2 R_F = -2160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_E = -277,84 \text{ kN } (\uparrow) \\ R_F = -31,35 \text{ kN } (\leftarrow) \end{cases}$$

Tensões instaladas nas barras

$$\text{Barra BF} \quad \sigma_{BF} = \frac{N_{BF}}{A_{BF}} = \frac{-31,35}{\pi \times 2,5^2 \times 10^{-4}} = -15966 \text{ kPa} = -16 \text{ MPa (compressão)}$$

$$\text{Barra DE} \quad \sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{A_{DE}} = \frac{-277,84}{36,7 \times 10^{-4}} = -75706 \text{ kPa} = -75,7 \text{ MPa (compressão)}$$

