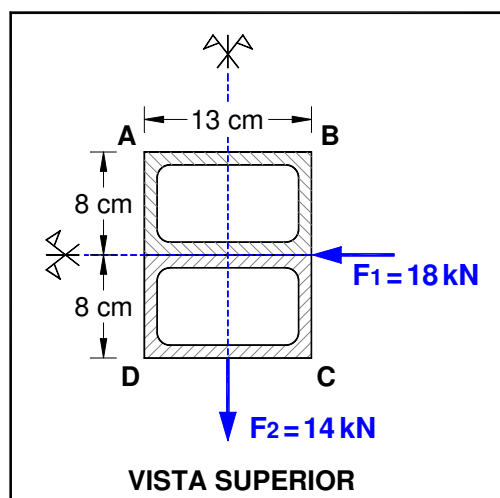
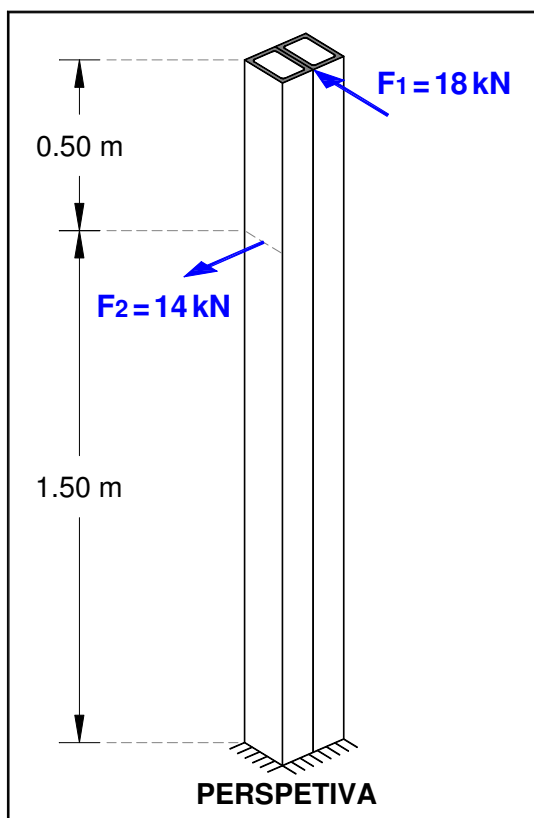


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

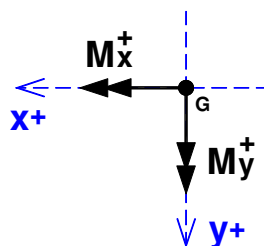
RESISTÊNCIA DE MATERIAIS



FLEXÃO DESVIADA

EXAME DE ÉPOCA DE RECURSO - ANO LETIVO 2025/26

RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIO CONSIDERANDO A SEGUINTE CONVENÇÃO:



$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$$

ISABEL ALVIM TELES

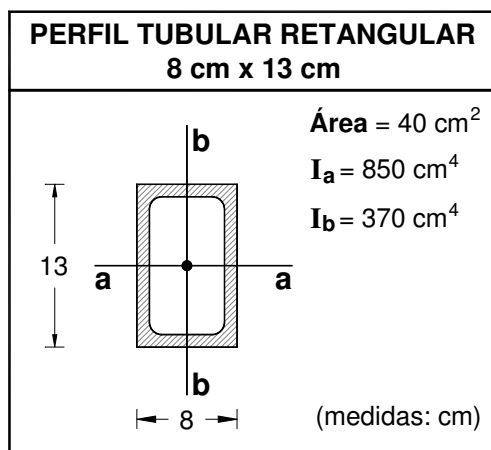
<https://paginas.isep.ipp.pt/iat>

EXERCÍCIO PROPOSTO

Considere o pilar metálico com 2 m de altura, encastrado na base e livre na extremidade superior, com secção transversal constituída por dois perfis tubulares 8 cm x 13 cm soldados, conforme representado nas Figuras 1 e 2.

O carregamento do pilar é constituído por uma força concentrada com valor característico (não majorado) de 18 kN a atuar no topo do pilar e outra força de 14 kN (valor característico) a atuar na secção a 0,5m do topo do pilar, sendo o plano de solicitação baricêntrico (ver Figuras 1 e 2).

As características dos perfis tubulares 8 cm x 13 cm estão indicadas Tabela abaixo.



Dados

- Aço dos perfis tubulares: **S355**
- Coeficiente de segurança a considerar nos cálculos: **1,50**

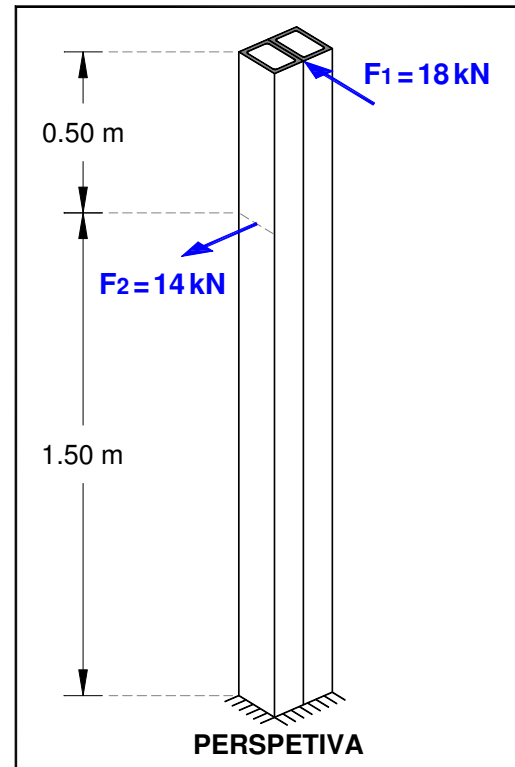


Figura 1

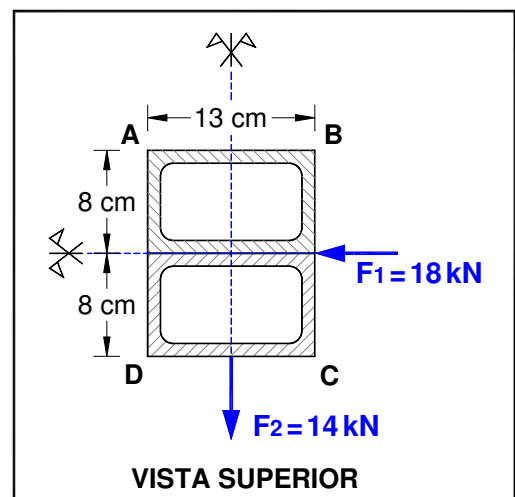


Figura 2

Na resolução das alíneas seguintes considere a secção da base do pilar.

- Determine e represente graficamente a posição do eixo neutro.
- Determine as tensões máximas de compressão e tração, identificando os pontos onde ocorrem e verifique se são compatíveis com a segurança do pilar.
- Determine qual a nova grandeza (valor característico) e sentido da força **F2** (mantendo a direção e ponto de aplicação anteriormente caracterizados) que atuando conjuntamente com a força **F1** definida nas Figuras 1 e 2, resulta num eixo neutro coincidente com a reta **BD**.

RESOLUÇÃO

Alínea a

- Posição do centro de gravidade (ver figura)

- Momentos de inércia

$$I_x = 2 \times (370 + 40 \times 4^2) = 2020 \text{ cm}^4 = 2020 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_y = 2 \times 850 = 1700 \text{ cm}^4 = 1700 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

- Momentos atuantes na base do pilar

$$\text{Secção do encastramento: } \begin{cases} M_x = -14 \times 1,5 = -21 \text{ kNm} \\ M_y = 18 \times 2 = 36 \text{ kNm} \end{cases}$$

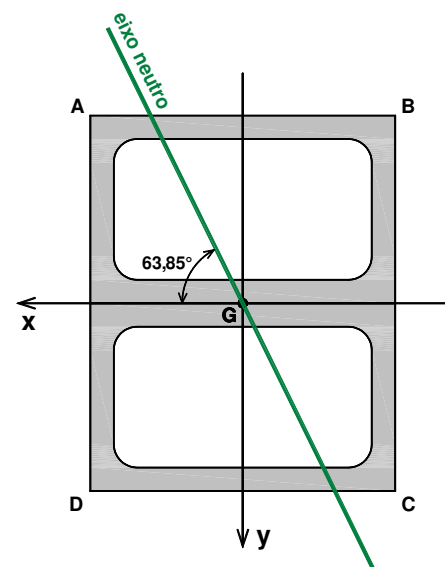
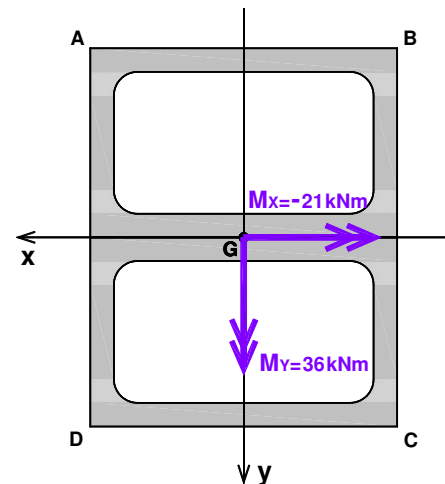
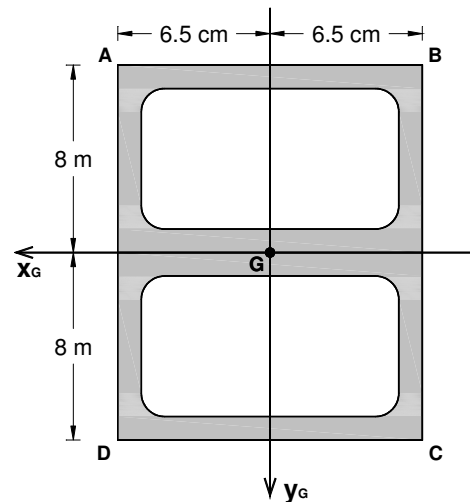
- Eixo neutro

$$\frac{M_x}{I_x} Y - \frac{M_y}{I_y} X = 0$$

$$\frac{-21}{2020 \times 10^{-8}} Y - \frac{36}{1700 \times 10^{-8}} X = 0$$

$$Y = -2,037 X = 0 \quad \text{Eixo neutro}$$

$$\theta = \tan^{-1}(-2,037) = -63,85^\circ$$



Alínea b)

- Expressão das tensões

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} Y - \frac{M_y}{I_y} X \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{-21}{2020 \times 10^{-8}} Y - \frac{36}{1700 \times 10^{-8}} X$$

Os pontos onde ocorrem as maiores tensões são os que estão mais afastados do eixo neutro, ou seja, o ponto **B** e o ponto **D**.

- Tensão no ponto **B** $\Rightarrow$ **B** $\begin{cases} x_B = -0,065 \text{ m} \\ y_B = -0,08 \text{ m} \end{cases}$

$$\sigma_B = \frac{-21}{2020 \times 10^{-8}} \times (-0,08) - \frac{36}{1700 \times 10^{-8}} \times (-0,065) = 216\,991,8 \text{ kPa} = 216,99 \text{ MPa} \quad \text{TRAÇÃO}$$

- Tensão no ponto **D** $\Rightarrow$ **D** $\begin{cases} x_D = 0,065 \text{ m} \\ y_D = 0,08 \text{ m} \end{cases}$

$$\sigma_D = \frac{-21}{2020 \times 10^{-8}} \times 0,08 - \frac{36}{1700 \times 10^{-8}} \times 0,065 = -216\,991,8 \text{ kPa} = -216,99 \text{ MPa} \quad \text{COMPRESSÃO}$$

- Verificação da segurança

$$\sigma_{\text{máx.Tração}} = \sigma_{\text{máx.Compressão}} = 216,99 \text{ MPa} \quad (\text{valor característico})$$

$$\sigma_{Ed} = 1,5 \times 216,99 = 325,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Ed} = 325,5 \text{ MPa} \leq \sigma_{Rd} = 355 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \quad \text{Está verificada a segurança}$$

Alínea c)

$$\text{Se o eixo neutro passa em } \mathbf{B} \text{ e } \mathbf{D} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_B = 0 \\ \sigma_D = 0 \end{cases}$$

$$\text{Se } \mathbf{F1} \text{ não muda, então } \mathbf{My} \text{ mantém-se} \Rightarrow \mathbf{My} = 36 \text{ kNm}$$

F2 vai mudar, logo **Mx** é uma incógnita.

$$\sigma_D = 0 \Rightarrow \sigma_D = \frac{M_x}{I_x} Y - \frac{M_y}{I_y} X = 0 \Rightarrow \frac{M_x}{2020 \times 10^{-8}} \times 0,08 - \frac{36}{1700 \times 10^{-8}} \times 0,065 = 0$$

$$\mathbf{M_x} = 34,756 \text{ kNm}$$

$$M_x = F_2 \times 1,5 = 34,756 \Rightarrow F_2 = 23,17 \text{ kN}$$

O sentido da força **F2** é o indicado na figura abaixo.

