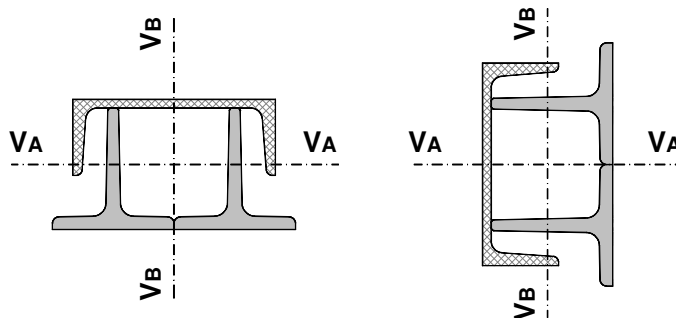
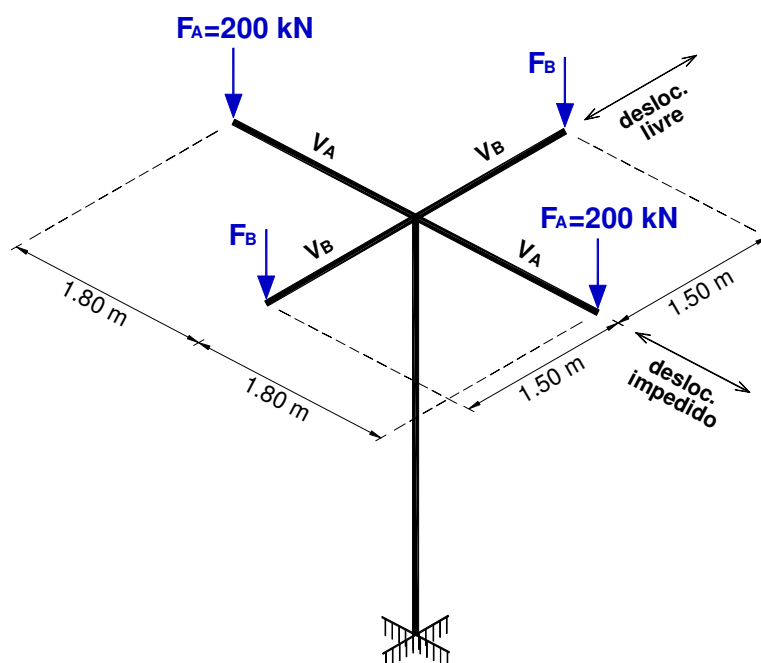


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXAME DE RECURSO - FEVEREIRO / 2015

ENCURVADURA



ISABEL ALVIM TELES

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXAME DE RECURSO - FEV/2014 – ENCURVADURA

ISABEL ALVIM TELES

ENUNCIADO

Considere a estrutura representada na *Figura 1*, constituída por um pilar com 3,80 m de comprimento e duas vigas: V_A e V_B .

A extremidade superior do pilar está impedida de se deslocar na direcção da viga V_A , podendo deslocar-se livremente na direcção da viga V_B .

As vigas V_A e V_B não impedem a extremidade superior do pilar de rodar.

A extremidade inferior do pilar está encastrada na fundação.

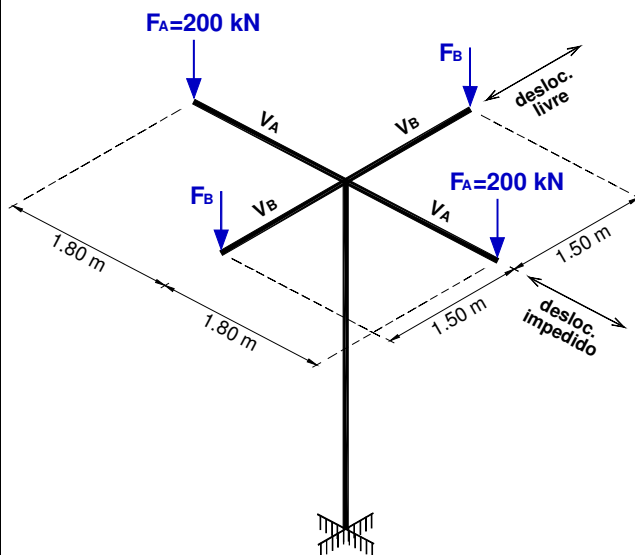


Figura 1

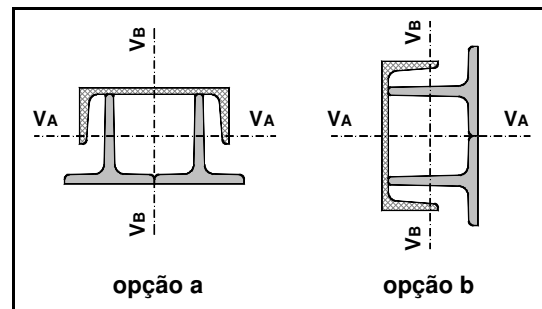


Figura 2

Tal como representado na *Figura 1*, na estrutura estão a actuar duas forças F_A de grandeza **200 kN** (valor não majorado) e duas forças F_B de grandeza desconhecida.

A secção transversal do pilar é constituída por um perfil **UNP200** e dois perfis **TNP120**, cujas características se encontram nas tabelas anexas.

Foram ponderadas duas opções de posicionamento do pilar (ver *Figura 2*). Devido a imposições arquitectónicas, o pilar foi colocado na posição correspondente à **opção b**.

Dados

- Aço S275
- Curvas de dimensionamento à encurvadura: **curva "c"**, nas duas direcções
- Factor de segurança: 1,35

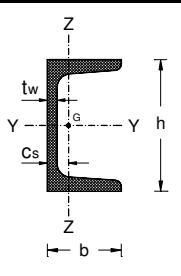
a) Foi adoptada a opção estruturalmente mais vantajosa? Justifique convenientemente a sua resposta.

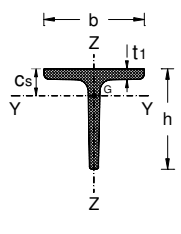
b) Calcule o máximo valor de cada uma das forças F_B (valor não majorado) a actuar na estrutura, compatível com a verificação da segurança do pilar pelo Eurocódigo 3.

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXAME DE RECURSO - FEV/2014 – ENCURVADURA

ISABEL ALVIM TELES

			Dimensões			Características referidas ao eixo y - y		Características referidas ao eixo z - z		Posição do centro de gravidade	
Perfil	Massa	Área	h	b	tw	Mom. de inércia	Raio de giração	Mom. de inércia	Raio de giração		
UNP	M	A	mm	mm	mm	I_y	i_y	I_z	i_z	cs	
	Kg/m	cm ²				cm ⁴	cm	cm ⁴	cm	cm	
200	25,3	32,2	200	75	11,5	1910	7,7	148	2,14	2,01	

			Dimensões			Características referidas ao eixo y - y		Características referidas ao eixo z - z		Posição do centro de gravidade	
Perfil	Massa	Área	h	b	t1	Mom. de inércia	Raio de giração	Mom. de inércia	Raio de giração		
TNP	M	A	mm	mm	mm	I_y	i_y	I_z	i_z	cs	
	Kg/m	cm ²				cm ⁴	cm	cm ⁴	cm	cm	
120	23,2	29,6	120	120	12,4	366	3,51	178	2,45	3,29	

RESOLUÇÃO

Alínea a)

Secção transversal do pilar – opção b

• **POSIÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE**

$$\text{Área} = 32,2 + 2 \times 29,6 = 91,4 \text{ cm}^2$$

$$d_G = \frac{32,2 \times 2,01 + 2 \times 29,6 \times (1,15 + 12 - 3,29)}{91,4}$$

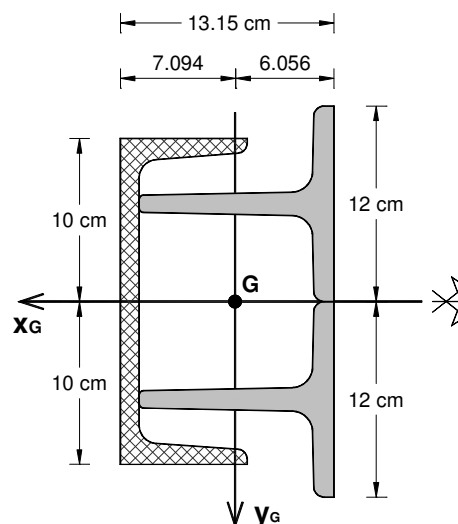
$$d_G = 7,094 \text{ cm}$$

• **DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS DE INÉRCIA**

$$I_{X_G} = 1910 + 2 \times (178 + 29,6 \times 6^2) = 4397,20 \text{ cm}^4$$

$$I_{Y_G} = 148 + 32,2 \times (7,094 - 2,01)^2 + 2 \times [366 + 29,6 \times (6,056 - 3,29)^2] = 2165,20 \text{ cm}^4$$

$$\text{Como } I_{X_G} > I_{Y_G} \Rightarrow \begin{cases} \text{eixo } X_G \Rightarrow \text{eixo } Y \\ \text{eixo } Y_G \Rightarrow \text{eixo } Z \end{cases} \text{ (eurocódigo 3)}$$



RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

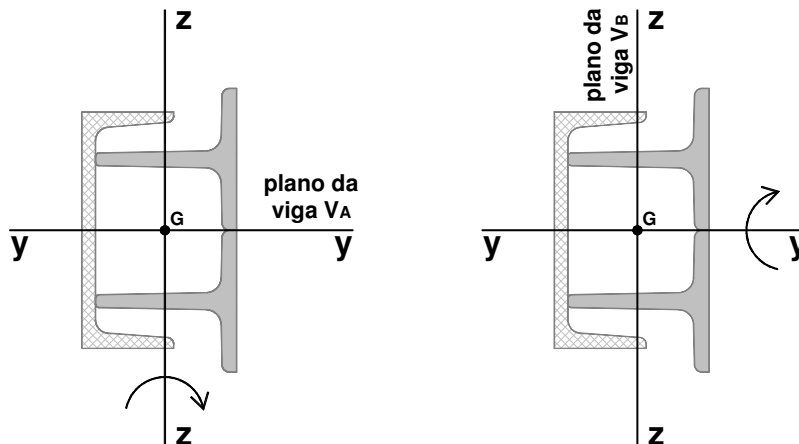
EXAME DE RECURSO - FEV/2014 – ENCURVADURA

ISABEL ALVIM TELES

• **RAIOS DE GIRAÇÃO**

$$i_Y = i_{X_G} = \sqrt{\frac{I_{X_G}}{A}} \Rightarrow i_Y = \sqrt{\frac{4\,397,20}{91,4}} = 6,94 \text{ cm}$$

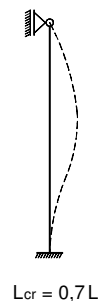
$$i_Z = i_{Y_G} = \sqrt{\frac{I_{Y_G}}{A}} \Rightarrow i_Z = \sqrt{\frac{2\,165,20}{91,4}} = 4,87 \text{ cm}$$



• **ESTUDO DO COMPRIMENTO CRÍTICO DE ENCURVADURA**

No plano que contem a viga VA

$$\left. \begin{array}{l} \text{Topo - deslocamento impedido; rotação livre} \\ \text{Base - encastramento} \end{array} \right\} L_{cr} = 0,7L = 0,7 \times 3,80 = 2,66 \text{ m}$$



No plano que contem a viga VB

$$\left. \begin{array}{l} \text{Topo - deslocamento livre; rotação livre} \\ \text{Base - encastramento} \end{array} \right\} L_{cr} = 2L = 2 \times 3,80 = 7,60 \text{ m}$$



Pretende-se minimizar a esbelteza máxima: $\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$

Como o **Lcr** no plano que contem a viga **VB** é superior ao **Lcr** no plano que contem a viga **VA**, então a posição estruturalmente mais eficiente será aquela que associar o maior raio de giração (ou seja, i_Y) ao estudo da encurvadura no plano da viga **VB**. Ora é isso que temos com o pilar posicionado conforme a **opção b**, pelo que esta foi a opção estruturalmente mais vantajosa.

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXAME DE RECURSO - FEV/2014 – ENCURVADURA

ISABEL ALVIM TELES

Alínea b)

Estudo da encurvadura no plano da viga VA $L_{cr} = 0,7 L = 2,66 \text{ m} = 266 \text{ cm}$ $i_z = 4,87 \text{ cm}$ $\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{266}{4,87} = 54,62$	Estudo da encurvadura no plano da viga VB $L_{cr} = 2 L = 7,60 \text{ m} = 760 \text{ cm}$ $i_y = 6,94 \text{ cm}$ $\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \frac{760}{6,94} = 109,51$
---	--

CONCLUSÃO: Como a curva de encurvadura é a mesma nas duas direcções, a encurvadura no plano da viga **VB** vai ser condicionante porque a esbelteza ($\lambda = 109,51$) é superior à calculada para a encurvadura no plano da viga **VA** ($\lambda = 54,62$).

• **Estudo da encurvadura no plano da viga VB (continuação)**

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = 109,51 \\ \lambda_1 = 86,81 \end{array} \right. \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{109,51}{86,81} = 1,26$$

Curva de encurvadura: $\underline{c} \Rightarrow \alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,49 (1,26 - 0,2) + 1,26^2 \right] = 1,55$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,55 + \sqrt{1,55^2 - 1,26^2}} = 0,408$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,408 \times 91,4 \times 10^{-4} \times 275000}{1} = 1025,5 \text{ kN}$$

$N_{b,Rd} = 1025,5 \text{ kN}$ (valor majorado)

$$N_K = \frac{N_{b,Rd}}{\text{factor maj.}} = \frac{1025,5}{1,35} = 759,6 \text{ kN (valor não majorado)}$$

Esforço axial actuante no pilar (valor não majorado) = $2 \times 200 + 2 \times F_B$

Verificação da segurança: $2 \times 200 + 2 \times F_B \leq 759,6 \text{ kN} \Rightarrow F_B \leq 179,8 \text{ kN}$

O máximo valor de cada uma das forças **F_B** (valor não majorado) a actuar na estrutura, compatível com a verificação da segurança do pilar pelo EC3 é **179,8 kN**.