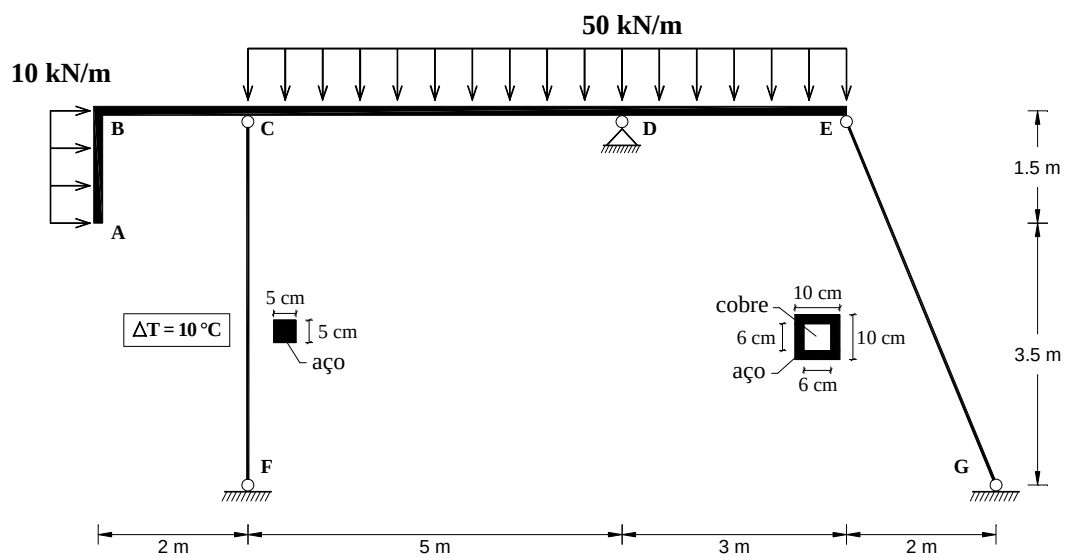


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS



ESTRUTURA HIPERESTÁTICA

RESOLUÇÃO

ISABEL ALVIM TELES

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXERCÍCIO – RESOLUÇÃO

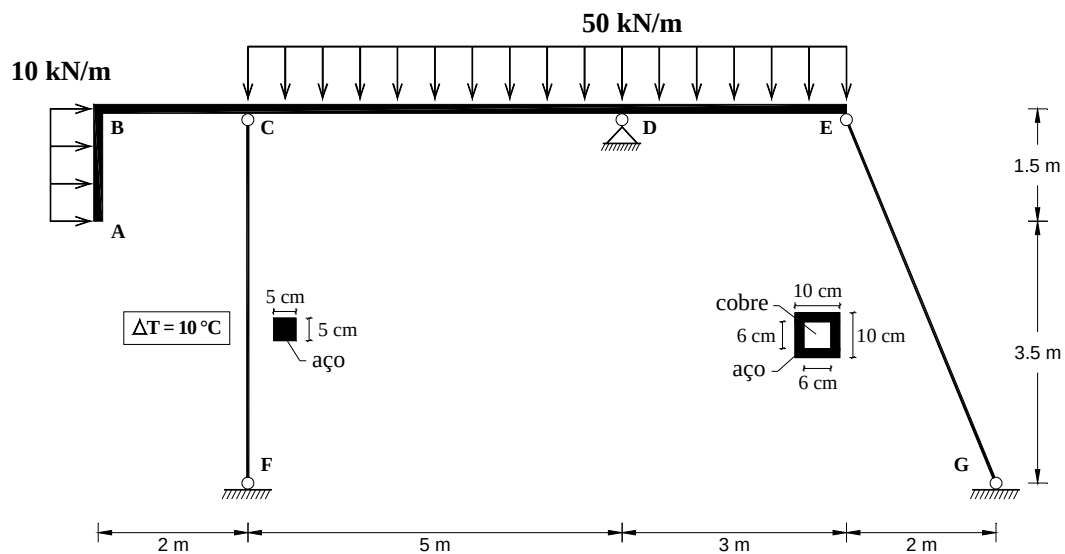
ISABEL ALVIM TELES

ENUNCIADO

Considere a estrutura da figura submetida às cargas uniformemente distribuídas aí indicadas e à variação de temperatura de 10°C da barra **CF**.

Admita que o corpo **ABCDE** é rígido.

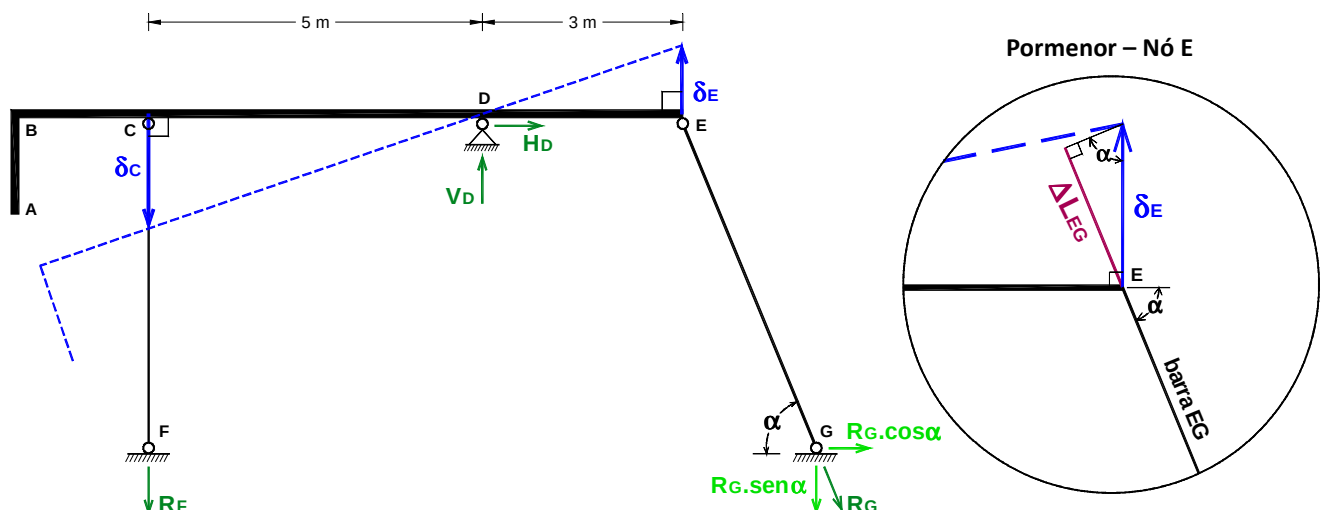
- Trace os diagramas de esforços do corpo **ABCDE**;
- Determine qual deverá ser a tensão resistente dos materiais constituintes da barra **EG** para que seja verificada a segurança ($\sigma_{Ed} \leq \sigma_{Rd}$).



PROPRIEDADES DOS MATERIAIS		
Material	E (GPa)	α ($^\circ\text{C}$)
aço	200	$1,2 \times 10^{-5}$
cobre	120	$2,0 \times 10^{-5}$

RESOLUÇÃO

- Diagramas de esforços do corpo **ABCDE**



RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXERCÍCIO – RESOLUÇÃO

ISABEL ALVIM TELES

Equações de equilíbrio

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_D = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15 + H_D + R_G \cos \alpha = 0 \\ -400 + V_D - R_F - R_G \sin \alpha = 0 \\ 5R_G \cos \alpha - 5R_G \sin \alpha + 400 \times 1 + 15 \times 0,75 + R_F \times 5 = 0 \end{cases}$$

Equação de compatibilidade

$$\frac{\delta_E}{3} = \frac{\delta_C}{5} \Rightarrow 3\delta_C = 5\delta_E$$

$$\begin{cases} \delta_C = -\Delta L_{CF} \\ \delta_E = \frac{\Delta L_{EG}}{\sin \alpha} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \alpha = 68,1986^\circ$$

$$\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} + \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

Barra CF

$$\begin{cases} L = 5 \text{ m} \\ \text{Área} = 0,05^2 = 0,0025 \text{ m}^2 \\ E = 200 \times 10^6 \text{ kPa} \end{cases}$$

Barra EG

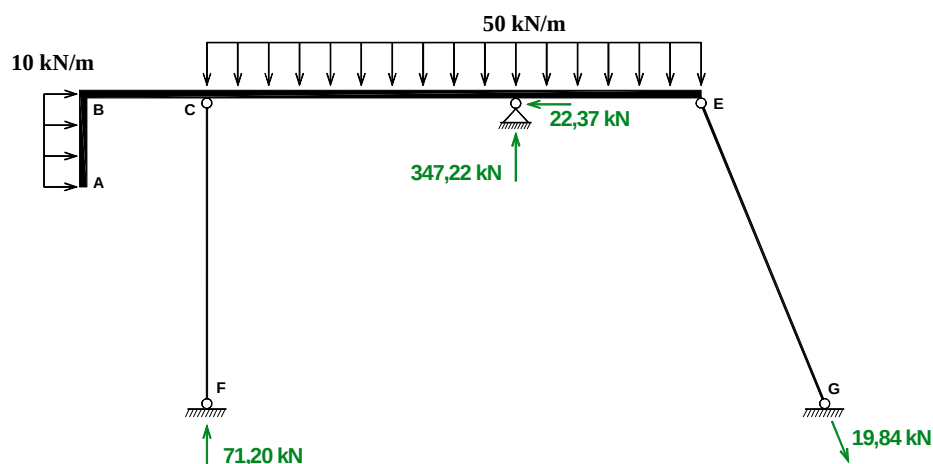
$$\begin{cases} L = \sqrt{29} \text{ m} \\ \text{Área hom. aço} = A_{\text{aço}} + \frac{E_{\text{cob}}}{E_{\text{aço}}} A_{\text{cob}} = 0,0064 + \frac{120}{200} \times 0,0036 = 0,00856 \text{ m}^2 \\ E_{\text{aço}} = 200 \times 10^6 \text{ kPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_C = -\Delta L_{CF} \\ \delta_E = \frac{\Delta L_{EG}}{\sin \alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_C = -\left(\frac{R_F \times 5}{200 \times 10^6 \times 0,0025} + 1,2 \times 10^{-5} \times 10 \times 5 \right) \\ \delta_E = \frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{R_G \times \sqrt{29}}{200 \times 10^6 \times 0,00856} \right) \end{cases}$$

$$3\delta_C = 5\delta_E \Rightarrow -3 \times \left(\frac{R_F \times 5}{200 \times 10^6 \times 0,0025} + 1,2 \times 10^{-5} \times 10 \times 5 \right) = \frac{5}{\sin \alpha} \left(\frac{R_G \times \sqrt{29}}{200 \times 10^6 \times 0,00856} \right)$$

Sistema de equações

$$\begin{cases} 15 + H_D + R_G \cos \alpha = 0 \\ -400 + V_D - R_F - R_G \sin \alpha = 0 \\ 5R_G \cos \alpha - 5R_G \sin \alpha + 400 \times 1 + 15 \times 0,75 + R_F \times 5 = 0 \\ -3 \times \left(\frac{R_F \times 5}{200 \times 10^6 \times 0,0025} + 1,2 \times 10^{-5} \times 10 \times 5 \right) = \frac{5}{\sin \alpha} \left(\frac{R_G \times \sqrt{29}}{200 \times 10^6 \times 0,00856} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_D = -22,37 \text{ kN} \leftarrow \\ V_D = 347,22 \text{ kN} \uparrow \\ R_F = -71,20 \text{ kN} \uparrow \\ R_G = 19,84 \text{ kN} \searrow \end{cases}$$

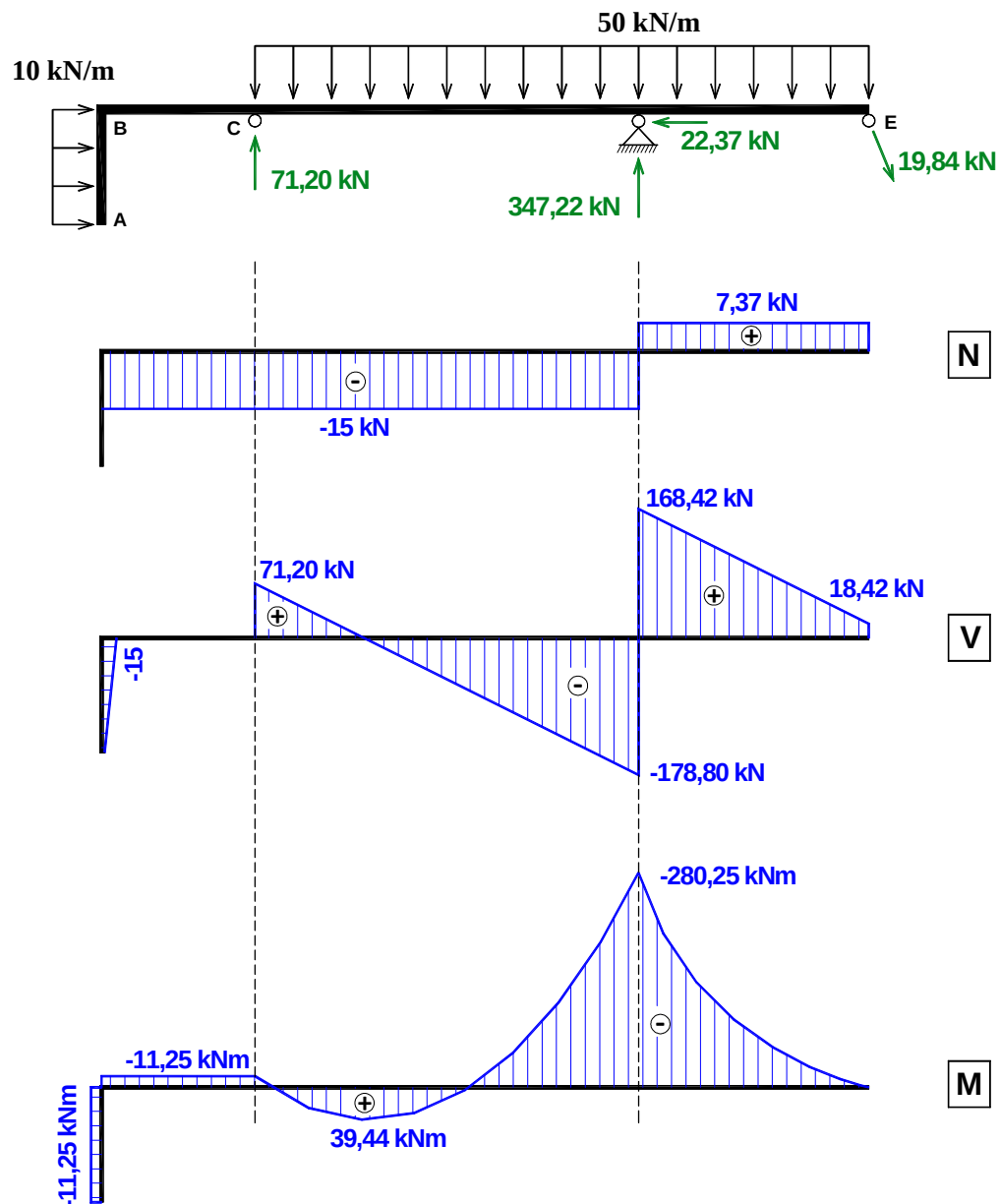


RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

EXERCÍCIO – RESOLUÇÃO

ISABEL ALVIM TELES

DIAGRAMAS DE ESFORÇO AXIAL (N), ESFORÇO TRANSVERSO (V) E MOMENTO FLECTOR (M)



b) Barra EG - Tensões resistentes: $\sigma_{Rd, aço}$ e $\sigma_{Rd, cobre}$

$$\text{Aço: } \sigma_{Ed, aço} = \frac{N_{Ed, barra EG}}{A_{hom. aço}} = \frac{19,84 \times 1,5}{0,00856} = 3476,6 \text{ kPa (tracção)} \Rightarrow \sigma_{Rd, aço}^{trac} \geq 3,5 \text{ MPa}$$

$$\text{Cobre: } \sigma_{Ed, cobre} = \frac{E_{cob}}{E_{aço}} \times \sigma_{Ed, aço} = \frac{120}{200} \times 3476,6 = 2086,0 \text{ kPa (tracção)} \Rightarrow \sigma_{Rd, cobre}^{trac} \geq 2,1 \text{ MPa}$$

De outra maneira:

$$\sigma_{Ed, cobre} = \frac{N_{Ed, barra EG}}{A_{hom. cob}} = \frac{N_{Ed, barra EG}}{A_{cob} + \frac{E_{aço}}{E_{cob}} A_{aço}} = \frac{1,5 \times 19,84}{0,0036 + \frac{200}{120} \times 0,0064} = 2086,0 \text{ kPa} \Rightarrow \sigma_{Rd, cobre}^{trac} \geq 2,1 \text{ MPa}$$