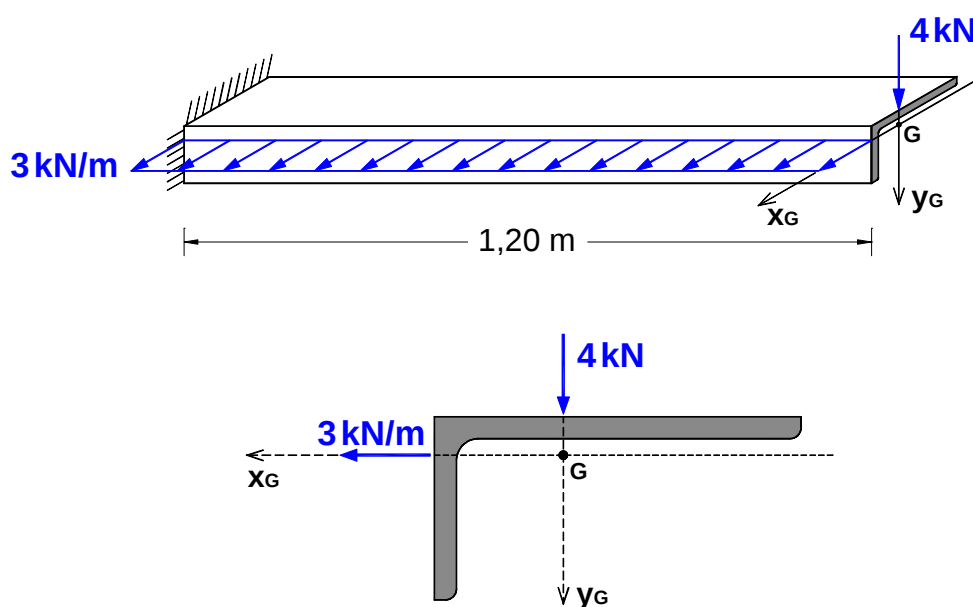


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

(2014/2015)

FLEXÃO DESVIADA DIAGRAMA DE TENSÕES



RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIO CONSIDERANDO A SEGUINTE CONVENÇÃO:

The diagram shows a point G with a coordinate system where x^+ points to the left and y^+ points downwards. At point G, there are two bending moment components: M_x^+ acting around the x^+ axis and M_y^+ acting around the y^+ axis.

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x$$

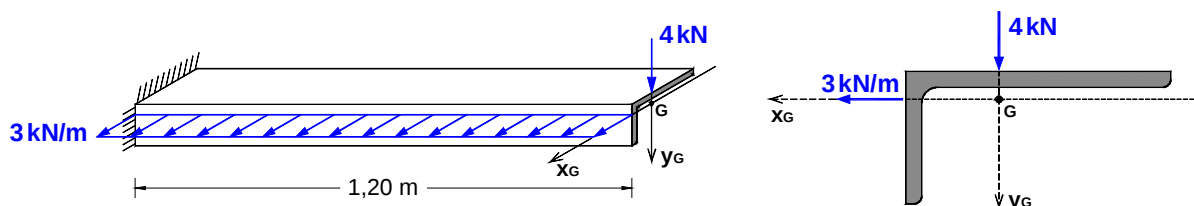
ISABEL ALVIM TELES

ENUNCIADO

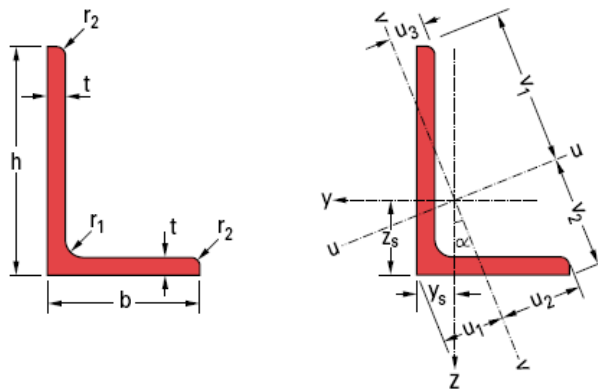
Considere a viga em consola constituída por uma cantoneira de abas desiguais **L 200x100x12**.

Na viga estão a actuar as cargas com os valores característicos indicados na figura e cujos planos de solicitação contêm o centro de gravidade.

Considerando um coeficiente de segurança de 1,5, trace o diagrama de tensões normais de cálculo na secção com maiores esforços e verifique se essas tensões actuantes são compatíveis com a utilização de aço **S235**.



RESOLUÇÃO



Désignation Designation Bezeichnung	Dimensions Abmessungen							Position des axes Position of axes Lage der Achsen							Surface Oberfläche	
G kg/m	h mm	b mm	t mm	r ₁ mm	r ₂ mm	A cm ²	z _s cm	y _s cm	v ₁ cm	v ₂ cm	u ₁ cm	u ₂ cm	u ₃ cm	A _L m ² /m	A _G m ² /t	
L 200 x 100 x 12 [*] 27.3	200	100	12	15	7.5	34.80	7.03	2.10	13.08	8.81	3.82	5.89	2.17	0.587	21.49	

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statische Kennwerte												Classification ENV 1993-1-1	
	axe y-y axis y-y Achse y-y			axe z-z axis z-z Achse z-z			axe u-u axis u-u Achse u-u		axe v-v axis v-v Achse v-v					
														pure compression
G kg/m	I _y cm ⁴	W _{el,y} cm ³	i _y cm	I _z cm ⁴	W _{el,z} cm ³	i _z cm	I _u cm ⁴	i _u cm	I _v cm ⁴	i _v cm	I _{yz} cm ⁴	α °	\$ 235	\$ 355
L 200 x 100 x 12 27.3	1440	111.0	6.43	247.2	31.28	2.67	1529	6.63	158.5	2.13	-337.3	14.74	4	4

- **Área da secção transversal**

$$A = 34,80 \text{ cm}^2$$

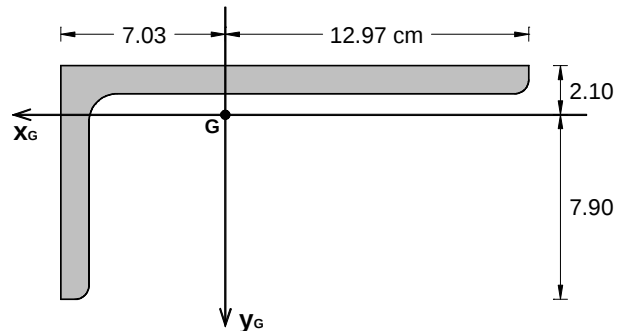
- **Posição do centro de gravidade** (ver figura)

- **Momentos de inércia**

$$I_{X_G} = I_{Z \text{ tabela}} = 247,2 \text{ cm}^4$$

$$I_{Y_G} = I_{Y \text{ tabela}} = 1440 \text{ cm}^4$$

$$I_{X_G Y_G} = -I_{YZ \text{ tabela}} = 337,3 \text{ cm}^4$$

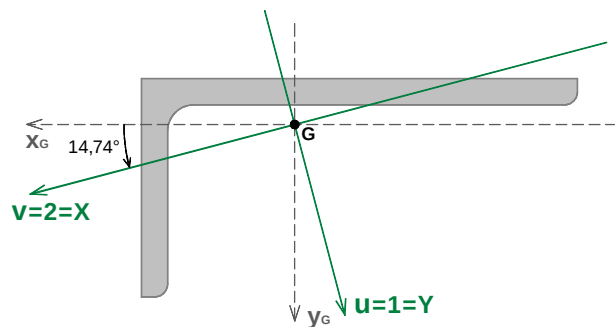


Não vão ser utilizados os momentos e produto de inércia relativos aos eixos (x_G ; y_G) porque a tabela dos perfis metálicos fornece toda a informação necessária relativa aos momentos principais centrais de inércia e eixos principais centrais de inércia.

- **Momentos principais centrais de inércia**

- **Eixos principais centrais de inércia**

$$\begin{cases} I_u = 1529 \text{ cm}^4 = I_1 = I_y \\ I_v = 158,5 \text{ cm}^4 = I_2 = I_x \end{cases} \quad \alpha = 14,74^\circ$$

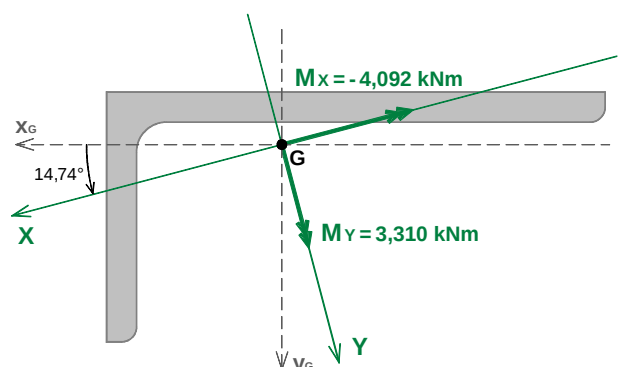
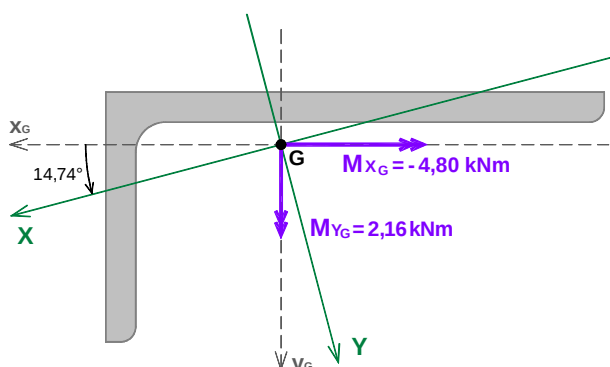


- **Secção mais esforçada**

A secção com os maiores esforços será aquela onde actuam os momentos máximos, ou seja, a secção junto ao encastramento.

$$\text{Secção do encastramento: } \begin{cases} M_{x_G} = -4 \times 1,20 = -4,80 \text{ kNm} \\ M_{y_G} = 3 \times \frac{1,20^2}{2} = 2,16 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_x = -4,80 \times \cos 14,74^\circ + 2,16 \times \sin 14,74^\circ = -4,092 \text{ kNm} \\ M_y = 4,80 \times \sin 14,74^\circ + 2,16 \times \cos 14,74^\circ = 3,310 \text{ kNm} \end{cases}$$



RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

FLEXÃO DESVIADA – DIAGRAMA DE TENSÕES

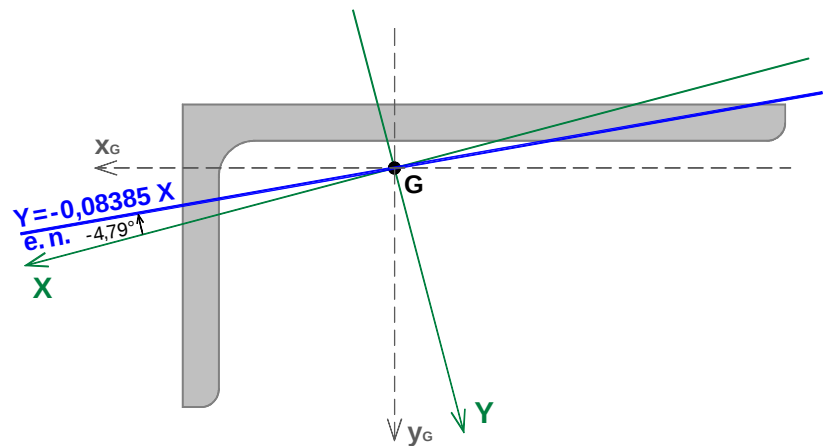
ISABEL ALVIM TELES

• **Eixo neutro**

$$\sigma = \frac{M_X}{I_X} Y - \frac{M_Y}{I_Y} X = 0$$

$$\frac{-4,092}{158,5 \times 10^{-8}} Y - \frac{3,310}{1529 \times 10^{-8}} X = 0$$

Eixo neutro: $Y = -0,08385 X$



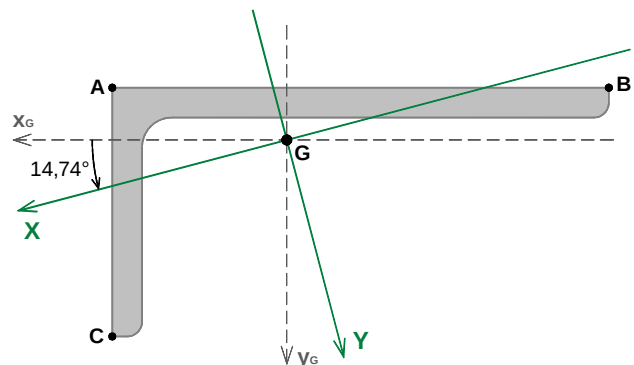
Ângulo que o eixo neutro faz com o eixo X: $\theta = \arctg(-0,08385) = -4,79^\circ$

• **Expressão das tensões**

$$\sigma = \frac{M_X}{I_X} Y - \frac{M_Y}{I_Y} X \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{-4,092}{158,5 \times 10^{-8}} Y - \frac{3,310}{1529 \times 10^{-8}} X$$

• **Coordenadas dos pontos A, B e C no sistema de eixos (X; Y)**

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 14,74^\circ & \sin 14,74^\circ \\ -\sin 14,74^\circ & \cos 14,74^\circ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 14,74^\circ & \sin 14,74^\circ \\ -\sin 14,74^\circ & \cos 14,74^\circ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7,03 \\ -2,10 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} X_A = 6,264 \text{ cm} = 0,06264 \text{ m} \\ Y_A = -3,820 \text{ cm} = -0,03820 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 14,74^\circ & \sin 14,74^\circ \\ -\sin 14,74^\circ & \cos 14,74^\circ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -12,97 \\ -2,10 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} X_B = -13,077 \text{ cm} = -0,13077 \text{ m} \\ Y_B = 1,269 \text{ cm} = 0,01269 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 14,74^\circ & \sin 14,74^\circ \\ -\sin 14,74^\circ & \cos 14,74^\circ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7,03 \\ 7,90 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} X_C = 8,809 \text{ cm} = 0,08809 \text{ m} \\ Y_C = 5,851 \text{ cm} = 0,05851 \text{ m} \end{cases}$$

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS (2014-2015)

FLEXÃO DESVIADA – DIAGRAMA DE TENSÕES

ISABEL ALVIM TELES

• **Tensão no ponto A**

$$\sigma_A = \frac{-4,092}{158,5 \times 10^{-8}} \times (-0,03820) - \frac{3,310}{1529 \times 10^{-8}} \times 0,06264 = 85061 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{k,A} = 85,1 \text{ MPa (tracção)} \quad - \text{ Tensão característica (não majorada)}$$

$$\sigma_{Ed,A} = 1,5 \times \sigma_{k,A} = 127,6 \text{ MPa (tracção)} \quad - \text{ Tensão de cálculo (majorada)}$$

• **Tensão no ponto B**

$$\sigma_B = \frac{-4,092}{158,5 \times 10^{-8}} \times 0,01269 - \frac{3,310}{1529 \times 10^{-8}} \times (-0,13077) = -4453 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{k,B} = -4,5 \text{ MPa (compressão)} \quad - \text{ Tensão característica (não majorada)}$$

$$\sigma_{Ed,B} = 1,5 \times \sigma_{k,B} = -6,7 \text{ MPa (compressão)} \quad - \text{ Tensão de cálculo (majorada)}$$

• **Tensão no ponto C**

$$\sigma_C = \frac{-4,092}{158,5 \times 10^{-8}} \times 0,05851 - \frac{3,310}{1529 \times 10^{-8}} \times 0,08809 = -170125 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{k,C} = -170,1 \text{ MPa (compressão)} \quad - \text{ Tensão característica (não majorada)}$$

$$\sigma_{Ed,C} = 1,5 \times \sigma_{k,C} = -255,2 \text{ MPa (compressão)} \quad - \text{ Tensão de cálculo (majorada)}$$

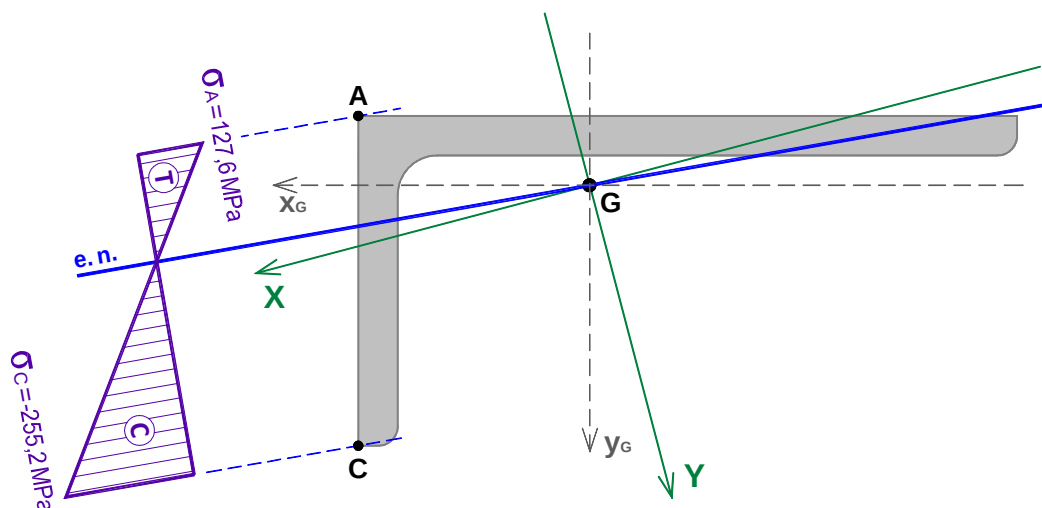


Diagrama de tensões de cálculo a actuar na secção do encastramento

• **Dimensionamento**

$$\text{Tensão resistente do aço S235: } \sigma_{Rd}^{comp} = \sigma_{Rd}^{trac} = 235 \text{ MPa}$$

$$\text{Máxima tensão de cálculo actuante: } \sigma_{Ed,C} = 255,2 \text{ MPa (compressão)} > \sigma_{Rd}$$

Conclusão: Não poderá ser utilizado o aço S235.