

LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

RESUMO - FORMULÁRIO

- GEOMETRIA DE MASSAS
- GEOMETRIA
- TORÇÃO
- ESTADO GERAL DE TENSÃO
- ESTADO PLANO DE TENSÃO
- ESTADO PLANO DE TENSÃO – CÍRCULO DE MOHR
- ENCURVADURA (EC3)

ISABEL ALVIM TELES

GEOMETRIA DE MASSAS

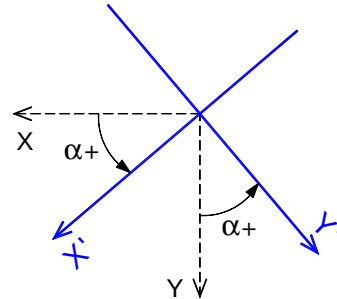
NOTA: As expressões abaixo apresentadas foram deduzidas para as condições representadas nas figuras anexas.

ROTAÇÃO

$$I_{x'} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$$

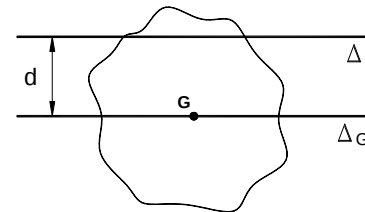
$$I_{y'} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + I_{xy} \sin 2\alpha$$

$$I_{x'y'} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha$$



TEOREMA DOS EIXOS PARALELOS (STEINER)

$$I_{\Delta} = I_{\Delta_G} + d^2 \cdot S$$



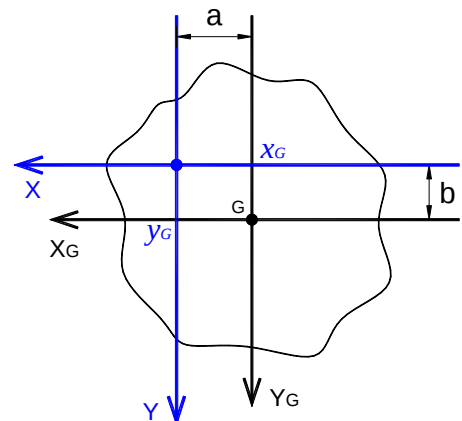
RELAÇÃO ENTRE PRODUTOS DE INÉRCIA

$$I_{xy} = I_{x_G y_G} + a \cdot b \cdot S$$

(x_G ; y_G) – eixos baricêntricos

$a = x_G \rightarrow$ Coordenada x do centro de gravidade no sistema de eixos (x ; y).
No exemplo representado na figura x_G é negativo.

$b = y_G \rightarrow$ Coordenada y do centro de gravidade no sistema de eixos (x ; y).
No exemplo representado na figura y_G é positivo.



EIXOS E MOMENTOS PRINCIPAIS DE INÉRCIA

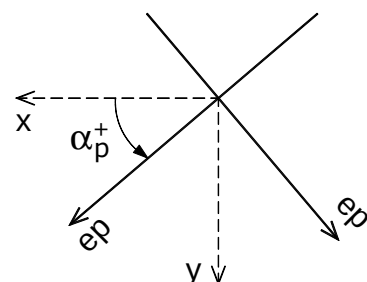
$$\alpha_p = \frac{1}{2} \arctg \left(-\frac{2 I_{xy}}{I_x - I_y} \right)$$

$$I_{\max} = I_1 = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 I_{xy}^2}$$

$$I_{\min} = I_2 = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 I_{xy}^2}$$

Se $I_x > I_y \Rightarrow I_1$ mais próximo de I_x

Se $I_y > I_x \Rightarrow I_1$ mais próximo de I_y

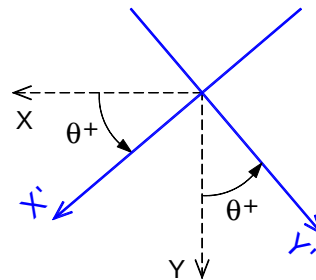


GEOMETRIA

NOTA: As expressões abaixo apresentadas foram deduzidas para as condições representadas na figura anexa.

COORDENADAS DE UM PONTO NUM SISTEMA DE EIXOS RODADO

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$



EQUAÇÃO CARTESIANA DE UMA RECTA A PASSAR EM DOIS PONTOS (P1 e P2)

$$\mathbf{P1} = (X_{P1}; Y_{P2})$$

$$\mathbf{P2} = (X_{P2}; Y_{P2})$$

$$a \mathbf{X} + b \mathbf{Y} = \text{constante}$$

equação cartesiana de uma recta

1. Escolhe-se uma constante c (normalmente c=1 ou c=-1)
2. Resolve-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} a X_{P1} + b Y_{P1} = c \\ a X_{P2} + b Y_{P2} = c \end{cases} \Rightarrow \text{determina-se } \mathbf{a} \text{ e } \mathbf{b}$$

3. Escreve-se a equação da recta: $a \mathbf{X} + b \mathbf{Y} = c$

TORÇÃO

SECÇÕES CIRCULARES

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T \cdot R}{I_p} \quad \text{tensão tangencial máxima}$$

$$\theta = \frac{T}{G \cdot I_p} \quad (\text{rad/m}) \quad \text{rotação relativa por unidade de comprimento}$$

$$\varphi = \theta L \quad (\text{rad}) \quad \text{rotação}$$

T – Momento torsor

R – Raio da secção circular

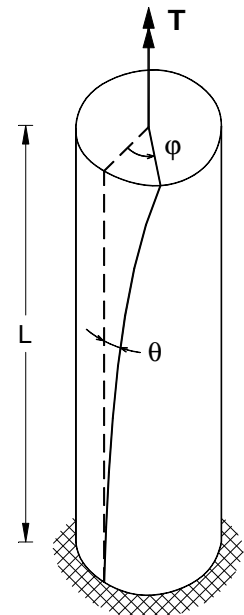
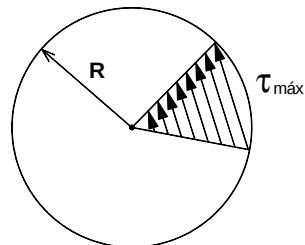
G – Módulo de Elasticidade Transversal

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \nu - \text{coeficiente de Poisson}$$

I_p – Momento de Inércia Polar $I_p = I_x + I_y$

$$\text{Secções circulares} \Rightarrow I_p = \frac{\pi R^4}{2}$$

SECÇÃO TRANSVERSAL



SECÇÕES RECTANGULARES

$$\tau_{\text{máx}} = \alpha \frac{T}{h b^2} \quad \text{tensão tangencial máxima}$$

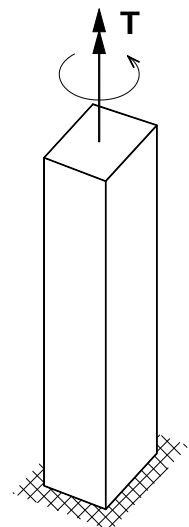
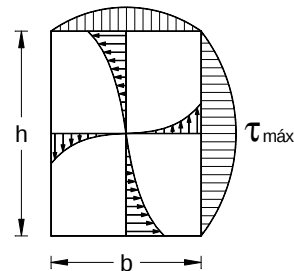
$$\theta = \beta \frac{T}{G h b^3} \quad (\text{rad/m}) \quad \text{rotação relativa por unidade de comprimento}$$

$$\varphi = \theta L \quad (\text{rad}) \quad \text{rotação}$$

b – lado menor da secção transversal rectangular

h – lado maior da secção transversal rectangular

SECÇÃO TRANSVERSAL



h/b	1	1,10	1,20	1,25	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	2	2,25	2,50	3	4	5	6	8	10	20	∞
α	4,80	4,67	4,57	4,52	4,48	4,40	4,33	4,27	4,21	4,16	4,07	3,97	3,88	3,74	3,55	3,43	3,35	3,26	3,20	3,10	3,00
β	7,11	6,49	6,02	5,82	5,65	5,35	5,11	4,91	4,74	4,60	4,37	4,16	4,01	3,80	3,56	3,43	3,35	3,26	3,20	3,10	3,00

SECÇÕES TUBULARES DE PAREDE DELGADA

$$\tau = \frac{T}{2 S e} \quad \text{tensão tangencial}$$

$$\theta = \frac{T \cdot P}{4 G e S^2} \quad (rad/m) \quad \text{rotação relativa por unidade de comprimento}$$

$$\varphi = \theta L \quad (rad) \quad \text{rotação}$$

T – Momento torsor

P – Perímetro da linha média das paredes

S – Área delimitada pela linha média das paredes

G – Módulo de Elasticidade Transversal $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ **v** - coeficiente de Poisson

e – Espessura das paredes

SECÇÃO TRANSVERSAL

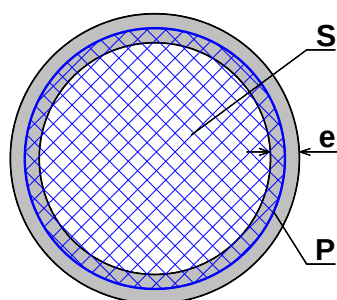
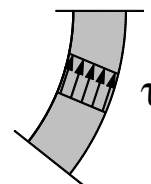


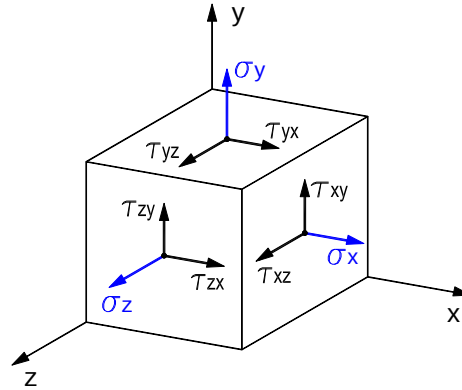
DIAGRAMA DE TENSÕES



ESTADO GERAL DE TENSÃO

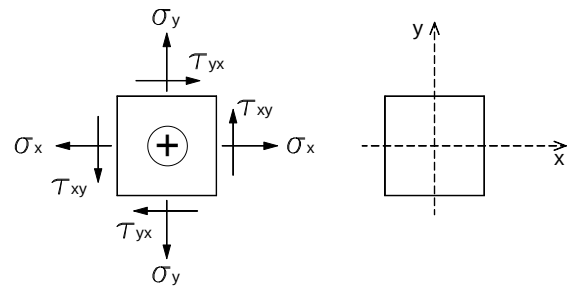
TENSOR DAS TENSÕES

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$



ESTADO PLANO DE TENSÃO – convenção

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}$$



TENSÕES PRINCIPAIS

$$\det |\mathbf{T} - \lambda \mathbf{I}| = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \sigma_x - \lambda & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \lambda \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow 2 \text{ soluções: } \begin{cases} \lambda_1 \Rightarrow \sigma_1 \\ \lambda_2 \Rightarrow \sigma_2 \end{cases}$$

DIRECÇÕES DAS TENSÕES PRINCIPAIS

Direcção principal correspondente a $\sigma_i \Rightarrow$

$$[\mathbf{T} - \sigma_i \mathbf{I}] \times \bar{\mathbf{n}}_i = \bar{\mathbf{0}}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_i & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} n_{ix} \\ n_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Destas 2 equações escolhe-se uma e resolve-se o sistema de 2 equações a 2 incógnitas com a seguinte equação:

$$n_{ix}^2 + n_{iy}^2 = 1$$

$\bar{\mathbf{n}}_i = (n_{ix}; n_{iy})$ - vector unitário normal à faceta onde ocorre a tensão principal σ_i

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

RESUMO – FORMULÁRIO

ISABEL ALVIM TELES

TENSÃO TANGENCIAL MÁXIMA

$$\tau_{\text{máx}} = \left[[T] \times \bar{n}_{\perp \tau_{\text{máx}}} \right]^T \times \bar{n}_{// \tau_{\text{máx}}} \quad \text{Quando } \tau_{\text{máx}} \Rightarrow \sigma = \left[[T] \times \bar{n}_{\perp \tau_{\text{máx}}} \right]^T \times \bar{n}_{\perp \tau_{\text{máx}}}$$

$\bar{n}_{\perp \tau_{\text{máx}}}$ - vector unitário normal à faceta onde ocorre a $\tau_{\text{máx}}$

$\bar{n}_{// \tau_{\text{máx}}}$ - vector unitário paralelo à faceta onde ocorre a $\tau_{\text{máx}}$

TENSÃO RESULTANTE A ACTUAR NUMA DETERMINADA FACETA

$$\bar{T}_R = [T] \times \bar{n}_{\perp}$$

$[T]$ - tensor das tensões

$\bar{T}_R$ - tensão resultante a actuar na faceta

$\bar{n}_{\perp}$ - vector unitário normal à faceta onde se pretende determinar a tensão resultante

$$\bar{T}_R = \bar{\sigma} + \bar{\tau} \quad |\bar{T}_R| = \sqrt{|\bar{\sigma}|^2 + |\bar{\tau}|^2}$$

$\bar{\sigma}$ - tensão normal a actuar na faceta perpendicular a $\bar{n}$

$\bar{\tau}$ - tensão tangencial a actuar na faceta perpendicular a $\bar{n}$

TENSÃO NUMA DIRECÇÃO m A ACTUAR NUMA DETERMINADA FACETA

$$\bar{T}_m = \bar{T}_R \times \bar{m}$$

$\bar{T}_m$ - tensão numa direcção $\bar{m}$ a actuar na faceta normal a $\bar{n}$

$\bar{m}$ - vector unitário na direcção m

TENSÃO NORMAL A ACTUAR NUMA DETERMINADA FACETA

$$\bar{\sigma} = \bar{T}_R \times \bar{n}_{\perp} \Rightarrow \bar{\sigma} = \left[[T] \times \bar{n}_{\perp} \right]^T \times \bar{n}_{\perp}$$

$\bar{T}_m$ - tensão numa direcção $\bar{m}$ a actuar na faceta normal a $\bar{n}$

TENSÃO TANGENCIAL A ACTUAR NUMA DETERMINADA FACETA

$$\bar{\tau} = \bar{T}_R \times \bar{n}_{//} \Rightarrow \bar{\tau} = \left[[T] \times \bar{n}_{\perp} \right]^T \times \bar{n}_{//}$$

$$\bar{T}_R = \bar{\sigma} + \bar{\tau} \Rightarrow |\bar{\tau}| = \sqrt{|\bar{T}_R|^2 - |\bar{\sigma}|^2} \quad \bar{n}_{//} = \frac{1}{|\bar{\tau}|} \times [T - \sigma I] \times \bar{n}_{\perp}$$

$|\bar{\tau}|$ - grandeza da tensão tangencial a actuar na faceta

$\bar{n}_{//}$ - vector unitário com a direcção e sentido da tensão tangencial a actuar na faceta

ESTADO PLANO DE TENSÃO

NOTA: As expressões abaixo apresentadas foram deduzidas para as condições representadas nas figuras anexas.

EIXOS E TENSÕES PRINCIPAIS

$$\alpha_p = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \pm 90^\circ$$

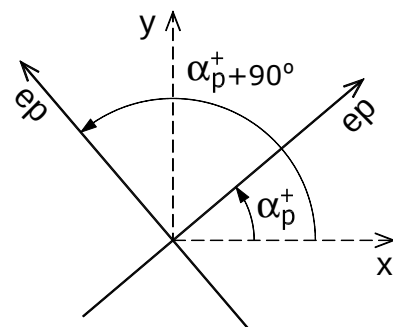
$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

ou:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\sigma_{(\alpha \pm 90^\circ)} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos [2(\alpha \pm 90^\circ)] + \tau_{xy} \sin [2(\alpha \pm 90^\circ)]$$



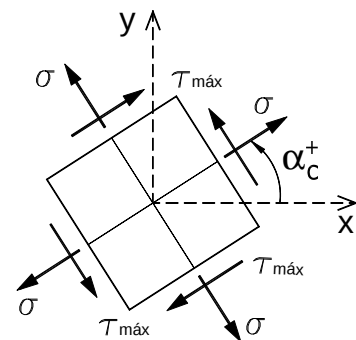
ep - eixo principal

TENSÃO TANGENCIAL MÁXIMA

$$|\tau_{\max}| = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \text{ou} \quad |\tau_{\max}| = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$\alpha_c = \alpha_p \pm 45^\circ \Rightarrow \tau_{\alpha_c} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_c + \tau_{xy} \cos 2\alpha_c$$

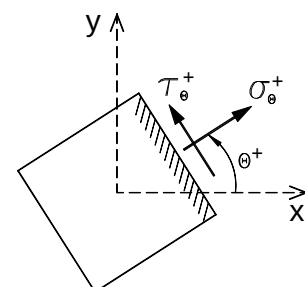
$$\text{Quando } \tau_{\max} \Rightarrow \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$



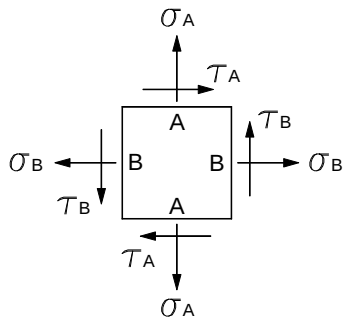
TENSÃO NORMAL E TANGENCIAL NUMA FACETA

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$



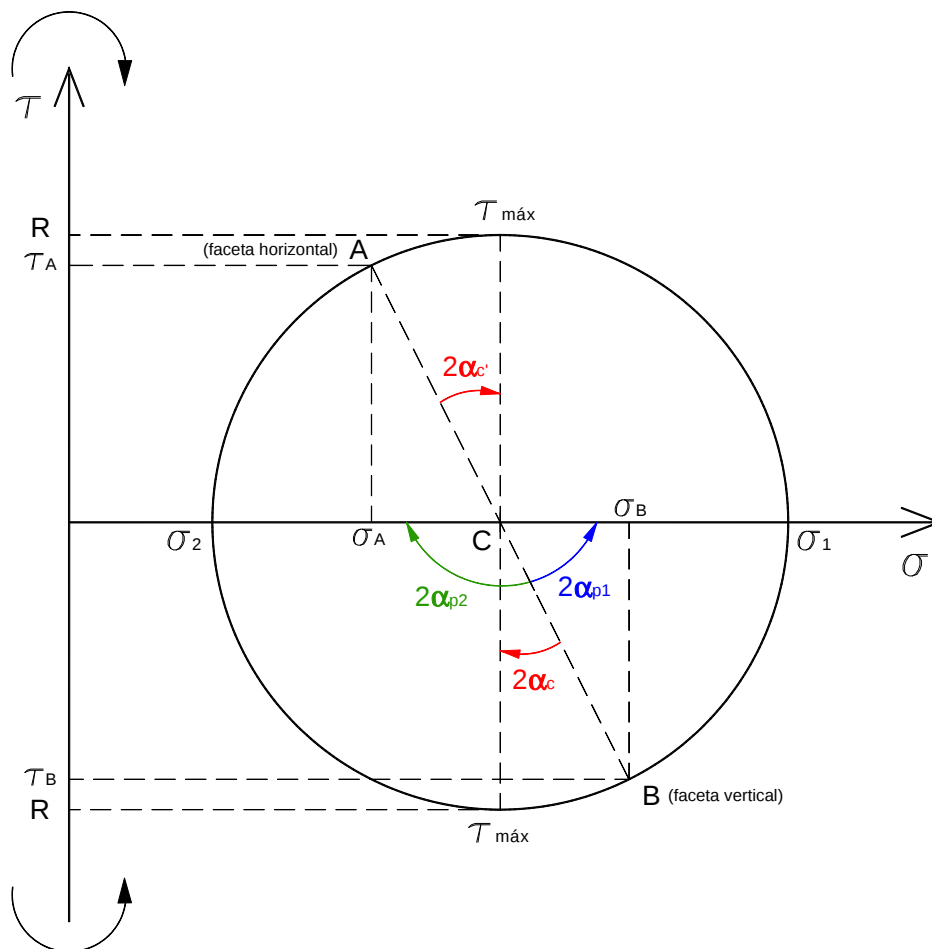
ESTADO PLANO DE TENSÃO – CÍRCULO DE MOHR



$$\text{Facetas A (horizontal)} \Rightarrow \begin{cases} \sigma = \sigma_A \\ \tau = \tau_A \end{cases}$$

$$\text{Facetas B (vertical)} \Rightarrow \begin{cases} \sigma = \sigma_B \\ \tau = \tau_B \end{cases}$$

$$|\tau_A| = |\tau_B| = |\tau|$$



$$\mathbf{C} - \text{centro do círculo de Mohr} \Rightarrow C = \sigma_{\text{méd}} = \frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}$$

$$\mathbf{R} - \text{raio do círculo de Mohr} \Rightarrow R = \sqrt{\tau^2 + (\sigma - C)^2}$$

$$\begin{cases} \sigma_{\text{máx}} = \sigma_1 = \sigma_{\text{méd}} + R = C + R \\ \sigma_{\text{mín}} = \sigma_2 = \sigma_{\text{méd}} - R = C - R \end{cases}$$

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

RESUMO – FORMULÁRIO

ISABEL ALVIM TELES

$$\tau_{\text{máx}} = R \Rightarrow \text{Estado de tensão} \begin{cases} \tau = \tau_{\text{máx}} = R \\ \sigma = C \end{cases}$$

α_{p1} – ângulo que a faceta onde ocorre σ_1 faz com a faceta B (faceta vertical)
ou ângulo que a normal à faceta onde ocorre σ_1 faz com a normal à faceta B

α_{p2} – ângulo que a faceta onde ocorre σ_2 faz com a faceta B (faceta vertical)
ou ângulo que a normal à faceta onde ocorre σ_2 faz com a normal à faceta B

$$\text{tg } 2 \alpha_{p1} = \frac{\tau}{\sigma_B - C} \Rightarrow \alpha_{p1} = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{\tau}{\sigma_B - C} \right)$$

$$2 \alpha_{p2} = 180^\circ - 2 \alpha_{p1} \Rightarrow \alpha_{p2} = 90^\circ - \alpha_{p1}$$

α_c – ângulo que uma das facetas onde ocorre $\tau_{\text{máx}}$ faz com a faceta B (faceta vertical)
ou
ângulo que a normal a uma das facetas onde ocorre $\tau_{\text{máx}}$ faz com a normal à faceta B

$\alpha_{c'}$ – ângulo que uma das facetas onde ocorre $\tau_{\text{máx}}$ faz com a faceta A (faceta horizontal)
ou
ângulo que a normal a uma das facetas onde ocorre $\tau_{\text{máx}}$ faz com a normal à faceta A

$$\text{tg } 2 \alpha_c = \frac{\sigma_B - C}{\tau} \Rightarrow \alpha_c = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{\sigma_B - C}{\tau} \right)$$

ou

$$2 \alpha_c = 90^\circ - 2 \alpha_{p1} \Rightarrow \alpha_c = 45^\circ - \alpha_{p1}$$

$$\text{tg } 2 \alpha_{c'} = \frac{C - \sigma_A}{\tau} \Rightarrow \alpha_{c'} = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{C - \sigma_B}{\tau} \right)$$

ou

$$2 \alpha_{c'} = 2 \alpha_c \Rightarrow \alpha_{c'} = \alpha_c$$

NOTA: Os sinais das tensões e os sentidos de rotação dos ângulos deverão ser consultados no Círculo de Mohr.

VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA DE ELEMENTOS SUBMETIDOS A COMPRESSÃO

EC3

• VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA DE ELEMENTOS À COMPRESSÃO SEM ENCURVADURA

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$$

N_{Ed} - valor de cálculo do esforço de compressão actuante

$N_{c,Rd}$ - valor de cálculo do esforço normal resistente à compressão (sem encurvadura)

$$N_{c,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

A - área da secção transversal do elemento
 f_y - tensão de cedência do aço
 γ_{M0} - coeficiente parcial de segurança ($\gamma_{M0} = 1,0$)

• VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA DE ELEMENTOS À COMPRESSÃO COM ENCURVADURA

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

$N_{b,Rd}$ - valor de cálculo da resistência à encurvadura do elemento comprimido

Para as secções transversais das **Classes 1, 2 e 3**:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}$$

A - área da secção transversal do elemento
 f_y - tensão de cedência do aço
 χ - coeficiente de redução devido à encurvadura
 γ_{M1} - coeficiente parcial de segurança ($\gamma_{M1} = 1,0$)

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{mas} \quad \chi \leq 1,0$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

Esbelteza normalizada $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$

N_{cr} - valor crítico do esforço normal para a encurvadura (carga crítica de Euler)

Carga crítica de Euler $N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2}$

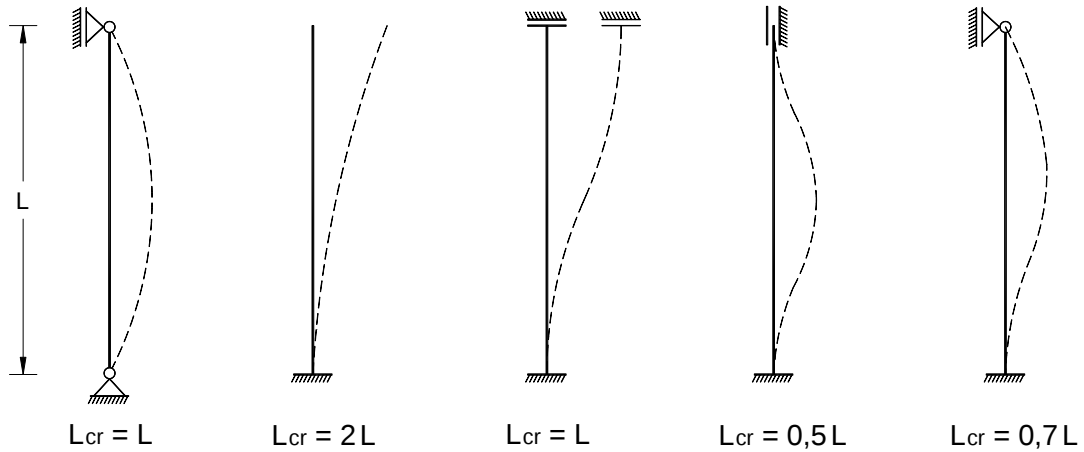
E - módulo de elasticidade do aço
I - momento de inércia
 L_{cr} - comprimento de encurvadura

RESISTÊNCIA DE MATERIAIS

RESUMO – FORMULÁRIO

ISABEL ALVIM TELES

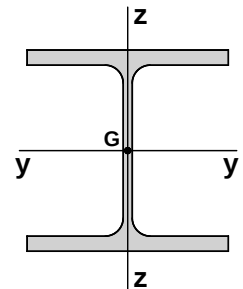
L_{cr} – comprimento de encurvadura (função das condições de apoio das barras)



Coeficiente de esbelteza λ $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \\ \lambda_z = \frac{L_{cr,z}}{i_z} \end{array} \right.$

i - raio de giração

$\left\{ \begin{array}{l} i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \\ i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} \end{array} \right.$



Coeficiente de esbelteza de referência $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon$ em que $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$ (f_y em MPa)

Factor de imperfeição α - depende da curva de encurvadura

Curva de encurvadura	a_0	a	b	c	d
Factor de imperfeição α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

EC3 - Quadro 6.1

Módulo de elasticidade do aço $E = 210 \text{ GPa}$

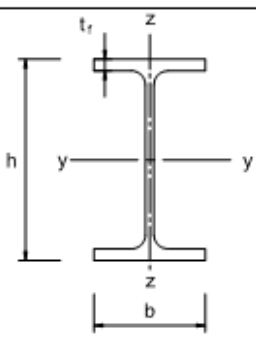
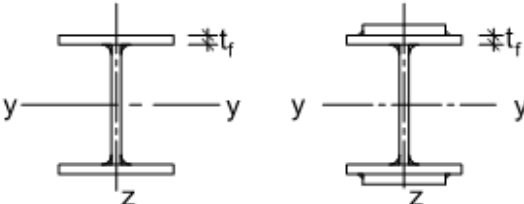
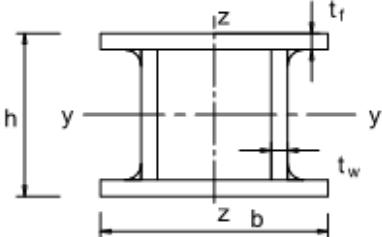
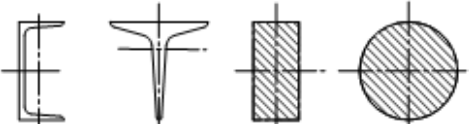
Principais aços utilizados na construção metálica em Portugal

AÇO	f_y (*) (MPa)	λ_1
S235 (Fe360)	235	93,91
S275 (Fe430)	275	86,81
S355 (Fe510)	355	76,41

(*) – tensão de cedência para aços em perfis com componentes da secção de espessura $t \leq 40 \text{ mm}$

Escolha da curva de encurvadura em função da secção transversal

EC3 - Quadro 6.2

Secção transversal		Limites		Encurva- dura em relação ao eixo	Curva de encurvadura	
					S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Perfis laminados		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y – y z – z	a b	a ₀ a ₀
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y – y z – z	b c	a a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y – y z – z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y – y z – z	d d	c c
Perfis I soldados		$t_f \leq 40 \text{ mm}$		y – y z – z	b c	b c
		$t_f > 40 \text{ mm}$		y – y z – z	c d	c d
Secções tubulares		acabadas a quente		qualquer	a	a ₀
		enformadas a frio		qualquer	c	c
Secções em caixão soldadas		em geral (excepto como abaixo indicado)		qualquer	b	b
		soldaduras espessas: $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$		qualquer	c	c
Perfis U, T e secções cheias				qualquer	c	c
Cantoneiras				qualquer	b	b

Os efeitos da encurvadura poderão ser ignorados quando:

$$\bar{\lambda} \leq 0,2 \quad \text{ou} \quad \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$$

DIMENSIONAMENTO

1- Pré-dimensionamento

Começa-se por arbitrar um factor de redução χ , por exemplo: $\chi = 0,8$

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \Rightarrow N_{Ed} \leq \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \Rightarrow N_{Ed} \leq 0,8 A f_y \Rightarrow A \geq \frac{N_{Ed}}{0,8 f_y}$$

Escolhe-se o perfil que tenha uma área idêntica a **A**

$$1^{\text{a}} \text{ Hipótese: Perfil } \begin{cases} A \\ i_y \\ i_z \end{cases}$$

2- Verificação da segurança

$$\text{Determina-se } \begin{cases} \lambda_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \\ \lambda_z = \frac{L_{cr,z}}{i_z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \\ \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-y: \text{ curva} \rightarrow \alpha_y \\ z-z: \text{ curva} \rightarrow \alpha_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Phi_y \\ \Phi_z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \chi_y \\ \chi_z \end{cases}$$

$$\chi_{\min} = \min(\chi_y; \chi_z)$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi_{\min} A f_y}{\gamma_{M1}}$$

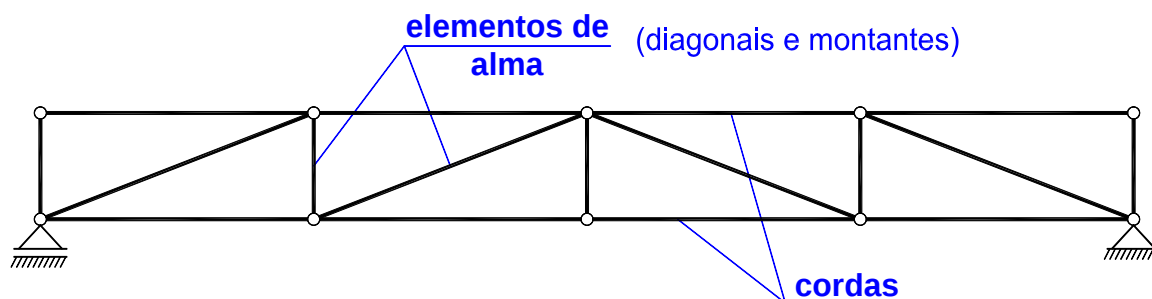
Nota: Normalmente a situação mais desfavorável corresponderá ao estudo da encurvadura em relação ao eixo que apresentar a maior esbelteza, no entanto deverá ser verificada a influência do factor de imperfeição α .

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \Rightarrow \begin{cases} N_{Ed} > N_{b,Rd} \Rightarrow \text{escolher perfil superior (maior)} \\ N_{Ed} << N_{b,Rd} \Rightarrow \text{escolher perfil inferior (menor)} \end{cases}$$

O processo iterativo finaliza quando for encontrado o menor perfil que verifica a segurança.

ENCURVADURA POR FLEXÃO DE ELEMENTOS DE ESTRUTURAS TRIANGULADAS OU TRELIÇADAS

ANEXO BB – EC3



L_{cr} - Comprimento de encurvadura

L - Comprimento real O comprimento real no plano é a distância entre ligações.
O comprimento real fora do plano é a distância entre os apoios laterais.

COMPRIMENTOS DE ENCURVADURA L_{cr}

1. CORDAS

a) Cordas constituídas por perfis em geral, excepto perfis I, H ou tubulares

Encurvadura no plano da estrutura $L_{cr} = L$

Encurvadura para fora do plano da estrutura $L_{cr} = L$

b) Cordas constituídas por perfis I ou H

Encurvadura no plano da estrutura $L_{cr} = 0,9 L$

Encurvadura para fora do plano da estrutura $L_{cr} = L$

c) Cordas constituídas por perfis tubulares

Encurvadura no plano da estrutura $L_{cr} = 0,9 L$

Encurvadura para fora do plano da estrutura $L_{cr} = 0,9 L$

2. ELEMENTOS DE ALMA (DIAGONAIS E MONTANTES)**a) Elementos de alma em que as cordas não oferecem restrição às rotações (rótulas teóricas)**Encurvadura no plano da estrutura $L_{cr} = L$ Encurvadura para fora do plano da estrutura $L_{cr} = L$ **b) Elementos de alma em que as cordas oferecem restrições adequadas****b₁) Elementos de alma constituídos por perfis em geral, excepto cantoneiras e perfis tubulares soldados a cordas constituídas por perfis tubulares**Encurvadura no plano da estrutura $L_{cr} = 0,9 L$ Encurvadura para fora do plano da estrutura $L_{cr} = L$ **b₂) Elementos de alma constituídos por perfis tubulares soldados a cordas constituídas também por perfis tubulares**Encurvadura no plano da estrutura $L_{cr} = 0,75 L$ Encurvadura para fora do plano da estrutura $L_{cr} = L$ **b₃) Elementos de alma constituídos por cantoneiras**

Deverá ser utilizada a esbelteza normalizada efectiva:

$$\bar{\lambda}_{\text{eff},v} = 0,35 + 0,7 \bar{\lambda}_v \quad - \quad \text{para a encurvadura em torno do eixo } v-v$$

$$\bar{\lambda}_{\text{eff},y} = 0,50 + 0,7 \bar{\lambda}_y \quad - \quad \text{para a encurvadura em torno do eixo } y-y$$

$$\bar{\lambda}_{\text{eff},z} = 0,50 + 0,7 \bar{\lambda}_z \quad - \quad \text{para a encurvadura em torno do eixo } z-z$$