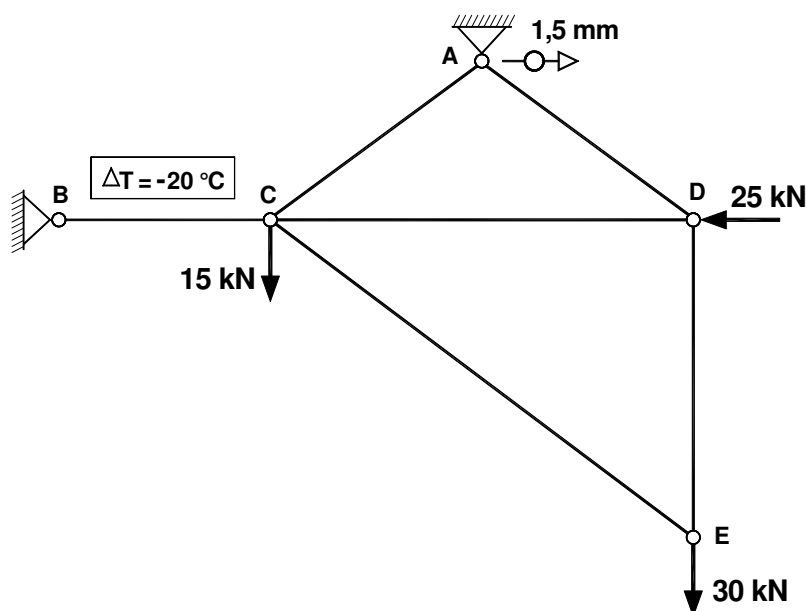


LICENCIATURA EM ENGENHARIA CIVIL

TEORIA DE ESTRUTURAS

TEOREMA DOS TRABALHOS VIRTUAIS



AValiação INTERCALAR – 12/MAIO/2014

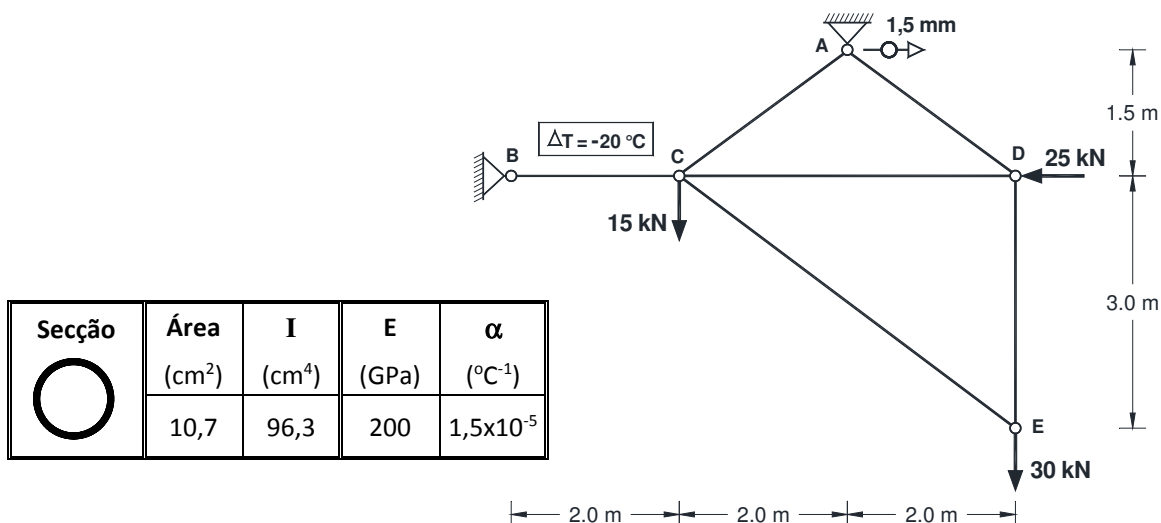
SISTEMA ARTICULADO PLANO (SAP) ISOSTÁTICO

ISABEL ALVIM TELES

EXERCÍCIO PROPOSTO – AVALIAÇÃO INTERCALAR (12/MAIO/2014)

Considere a estrutura articulada representada na figura, constituída por perfis metálicos tubulares cujas características se encontram tabeladas abaixo.

A estrutura está submetida às seguintes acções ilustradas na figura: forças concentradas nos nós, assentamento horizontal do apoio **A** e variação de temperatura de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ da barra **BC**.



Aplicando o **Teorema dos Trabalhos Virtuais** e apresentando todos os cálculos intermédios efectuados:

- Determine a **grandeza e o sentido da componente vertical do deslocamento do nó D**.
- Calcule a **extensão da barra DE** e compare-a com o valor igual a 14×10^{-5} , obtido experimentalmente com a instalação de um extensómetro nessa barra.

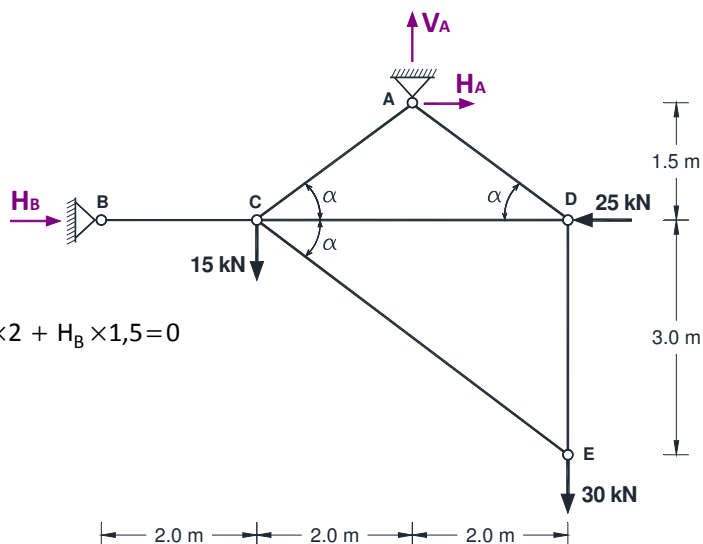
RESOLUÇÃO

a) DESLOCAMENTO VERTICAL DO NÓ D

• **Reacções nos apoios**

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + H_B = 25 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = 15 + 30 \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow -25 \times 1,5 - 30 \times 2 + 15 \times 2 + H_B \times 1,5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = -20 \text{ kN} \leftarrow \\ V_A = 45 \text{ kN} \uparrow \\ H_B = 45 \text{ kN} \rightarrow \end{cases}$$

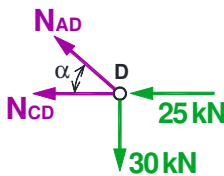


• Sistema real - esforços instalados nas barras

$$\alpha = \arctg \frac{1,5}{2} = \arctg \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0,8 \\ \sin \alpha = 0,6 \end{cases}$$

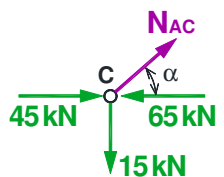
Nó E $\begin{cases} N_{ED} = 30 \text{ kN (tracção)} \\ N_{CE} = 0 \text{ (barra descarregada)} \end{cases}$

Nó D

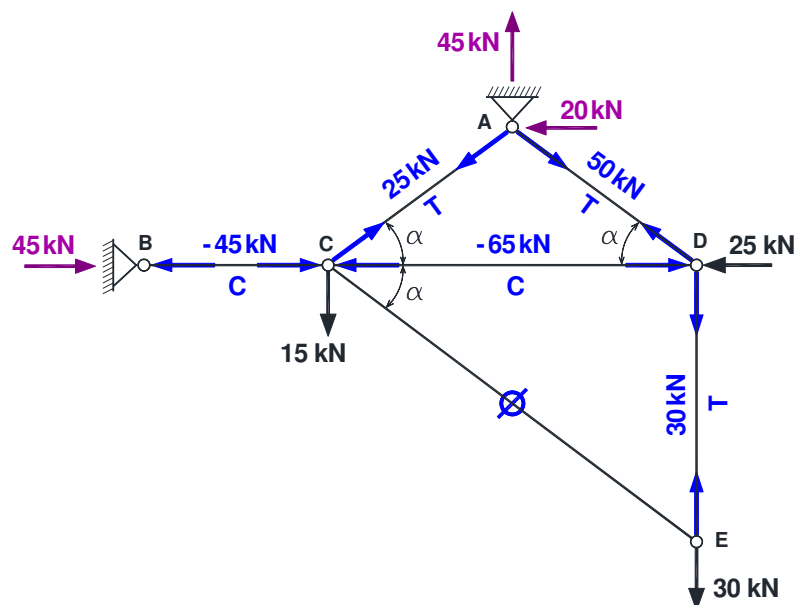


$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -N_{CD} - N_{AD} \cos \alpha - 25 = 0 \\ N_{AD} \sin \alpha - 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{AD} = 50 \text{ kN (tracção)} \\ N_{CD} = -65 \text{ kN (comp.)} \end{cases}$$

Nó C



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{AC} \sin \alpha - 15 = 0 \Rightarrow N_{AC} = 25 \text{ kN (tracção)}$$

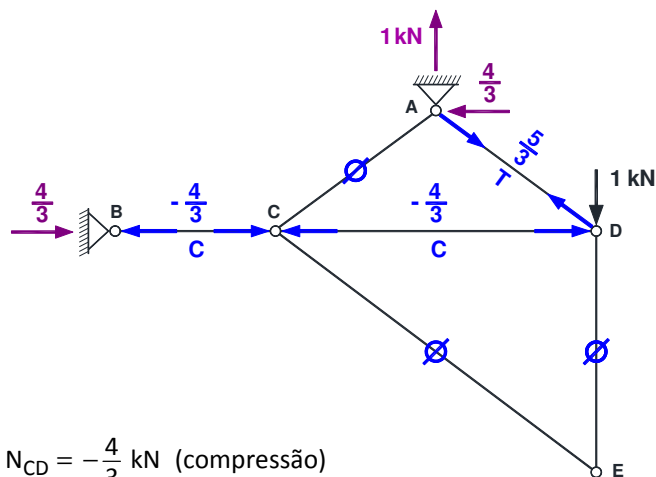


• Sistema auxiliar - esforços instalados nas barras (unidade: kN)

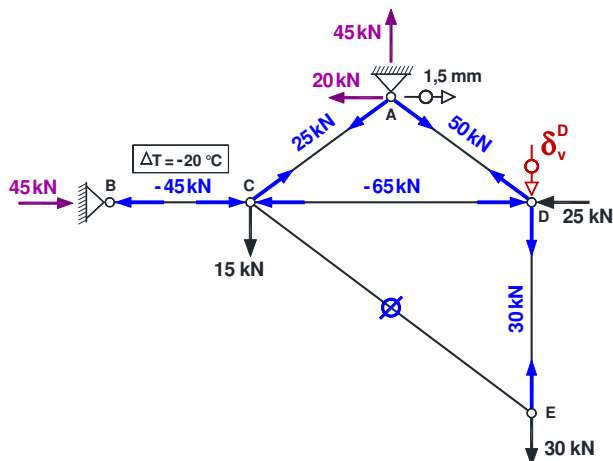
$$\begin{cases} H_A = \frac{4}{3} \text{ kN} \leftarrow \\ V_A = 1 \text{ kN} \uparrow \\ H_B = \frac{4}{3} \text{ kN} \rightarrow \end{cases}$$



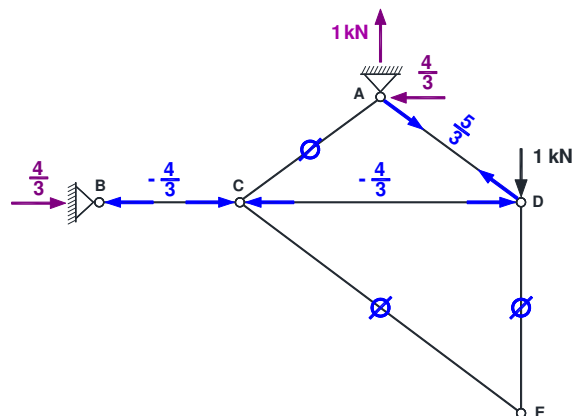
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -N_{CD} - N_{AD} \cos \alpha = 0 \\ N_{AD} \sin \alpha - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{CD} = -\frac{4}{3} \text{ kN (compressão)} \\ N_{AD} = \frac{5}{3} \text{ kN (tracção)} \end{cases}$$



S - Sistema real



$\bar{S}$ - Sistema auxiliar



$$1 \times \delta_v^D + \sum \bar{R} \times \text{assent. apoio} = \sum \bar{N} \frac{N_L}{EA} + \sum \bar{N} \alpha \Delta T L$$

BARRAS	L (m)	E A (kPa x m ²)	N (kN)	$\bar{N}$ (kN)	$\alpha \cdot \Delta T \cdot L$	$\bar{N} \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot L$	$\bar{N} \frac{N_L}{EA}$
AC	2,5	$2,14 \times 10^5$	45	0	0	0	0
AD	2,5	$2,14 \times 10^5$	50	$\frac{5}{3}$	0	0	$97,352 \times 10^{-5}$
BC	2,0	$2,14 \times 10^5$	-45	$-\frac{4}{3}$	60×10^{-5}	80×10^{-5}	$56,075 \times 10^{-5}$
CD	4,0	$2,14 \times 10^5$	-65	$-\frac{4}{3}$	0	0	$161,994 \times 10^{-5}$
CE	5,0	$2,14 \times 10^5$	0	0	0	0	0
DE	3,0	$2,14 \times 10^5$	30	0	0	0	0
						$\Sigma = 80 \times 10^{-5}$	$\Sigma = 315,421 \times 10^{-5}$

$$\boxed{1 \times \delta_V^D + \Sigma \bar{R} \times \text{assent. apoio} = \Sigma \bar{N} \frac{NL}{EA} + \Sigma \bar{N} \alpha \Delta T L} \Rightarrow \delta_V^D - \frac{4}{3} \times 0,0015 = 315,421 \times 10^{-5} + 80 \times 10^{-5}$$

$$\delta_V^D = 5,95 \times 10^{-3} \text{ m} = 5,95 \text{ mm} \downarrow$$

b) EXTENSÃO DA BARRA DE

$$\text{Extensão: } \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} \times \frac{1}{L} = \frac{N}{E \cdot A}$$

$$\varepsilon_{DE} = \frac{N_{DE}}{E \cdot A} = \frac{30}{200 \times 10^6 \times 10,7 \times 10^{-4}} = 14,0 \times 10^{-5}$$

A extensão calculada confirma o valor obtido experimentalmente.